

4. ANALIZA KONSTRUKCJI

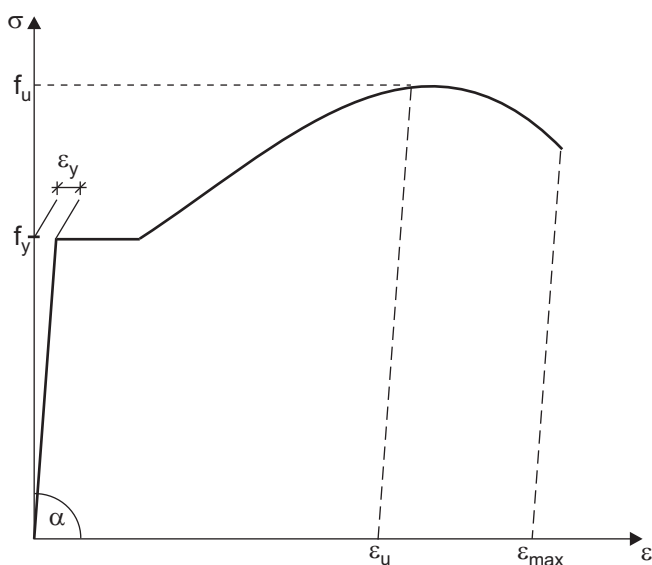
4.1. Metody analizy – krótka charakterystyka

Podstawą metod analizy konstrukcji stalowych jest zachowanie się materiału konstrukcyjnego pod obciążeniem, czyli właściwości mechaniczne stali. Są one charakteryzowane zależnością σ - ϵ rozciąganego statycznie pręta stalowego. Na rysunku 4.1 przedstawiono wykres rozciągania prętów ze stali o wyraźnej granicy plastyczności. Charakterystycznymi punktami tego wykresu są: granica plastyczności f_y określona jako wartość minimalna (w sensie probabilistycznym) górnej granicy plastyczności R_{eh} , granica wytrzymałości f_u odniesiona do wytrzymałości minimalnej R_m , a także granica wydłużalności $\epsilon_{max} = A_{5,65}$ odpowiadająca chwili zerwania pręta.

W przybliżeniu można przyjąć, że rozciąganie próbek cechuje się:

- fazą sprężystą – od 0 do granicy plastyczności f_y ,
- fazą plastyczną – duży przyrost odkształceń przy braku przyrostu naprężeń,
- fazą wzmocnienia – do granicy wytrzymałości f_u ,
- fazą zniszczenia – kończącą się rozerwaniem pręta.

W fazie pierwszej przyjmuje się, na ogół, linową zależność naprężenia od odkształcenia: $\sigma = E\epsilon$. Gatunki stali omówiono szczegółowo w rozdz. 3. skryptu, a ich charakterystyki materiałowe w pkt 3.3; podstawowe informacje podano w rozdz. 3. normy [51], a szersze omówienia między innymi w pracy [60].



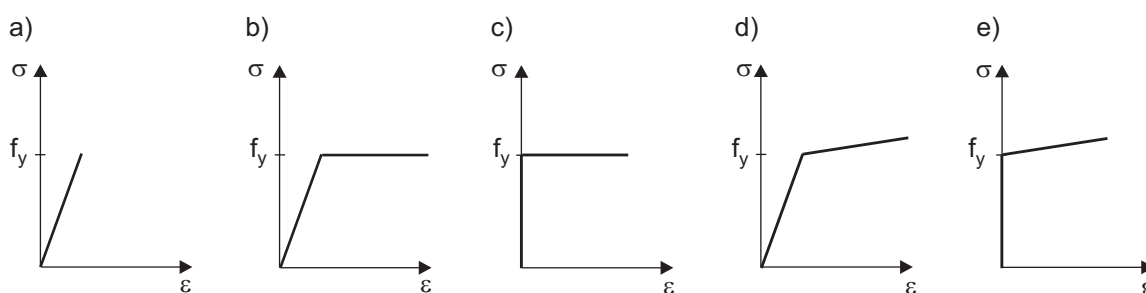
Rys. 4.1. Wykres σ - ϵ stali z wyraźną granicą plastyczności

Na potrzeby analizy przyjmuje się uproszczone modele zachowania się stali (rys. 4.2). W szczególnych przypadkach (np. zaawansowana analiza MES) model zachowania się stali może być bardziej precyzyjnie dostosowany do stali, która ma być zastosowana w analizowanej konstrukcji, na przykład model realistyczny otrzymany w wyniku zmodyfikowania uzyskanej podczas badań doświadczalnych zależności naprężenie-odkształcenie (patrz pkt C.6 załącznika C normy [53]).

Niezależnie od przedstawionych właściwości mechanicznych stali obrazujących przebieg rozciągania, na sposób i zakres analizy konstrukcji istotnie wpływa również zachowanie się przekroju elementu ściskanego lub zginanego. Kształt i proporcje przekroju poprzecznego prętów, a

przede wszystkim smukłość ściskanych ścianek przekroju oraz sposób ich obciążenia są podstawą klasyfikacji przekrojów elementów prętowych. Uwzględnienie tych cech przy wyborze kryterium klasyfikacji przekrojów poprzecznych elementów konstrukcji doprowadziło do wyłonienia, stosownie do osiąganych stanów granicznych, czterech klas przekrojów. Klasy te obejmują cały zakres technicznie przydatnych przekrojów – od takich, które muszą mieć elementy, aby były zdolne do przenoszenia obciążeń zginających przy całkowitym uplastycznieniu przekroju (przegub plastyczny),

z zachowaniem zdolności elementu do obrotu w przegubie plastycznym, po przekroje elementów o tak smukłych ściankach, że tracą stateczność miejscową, lecz wskutek wzajemnego usztywniania się ścianek elementy są w stanie przenosić znaczne obciążenia w zakresie pozasprężystym. Przyjęcie wymienionej klasyfikacji spowodowało istotne uporządkowanie procesu projektowania. Klasyfikację przekrojów prętów omówiono szczegółowo w pkt 4.2 skryptu, a warunki precyzowania nośności przekrojów w rozdz. 5.



Rys. 4.2. Modele zachowania się prętów: a) sprężysty, b) sprężysto-plastyczny (Prandtl), c) sztywno-plastyczny, d) sprężysto-plastyczny ze wzmocnieniem, e) sztywno-plastyczny ze wzmocnieniem

Wybór modelu zachowania się stali do analizy konstrukcji zależy od zachowania się konstrukcji pod obciążeniem. Rozwój metod komputerowych pozwala na lepsze opisywanie i analizowanie konstrukcji. Ułatwia to uwzględnienie różnic w zachowaniach między idealnymi modelami konstrukcji a konstrukcjami rzeczywistymi. Różnice te są dwójakiego rodzaju i wiążą się z jednej strony z możliwością trafniejszego doboru modelu analizy, z drugiej zaś z dokładnością i jakością wykonania konstrukcji.

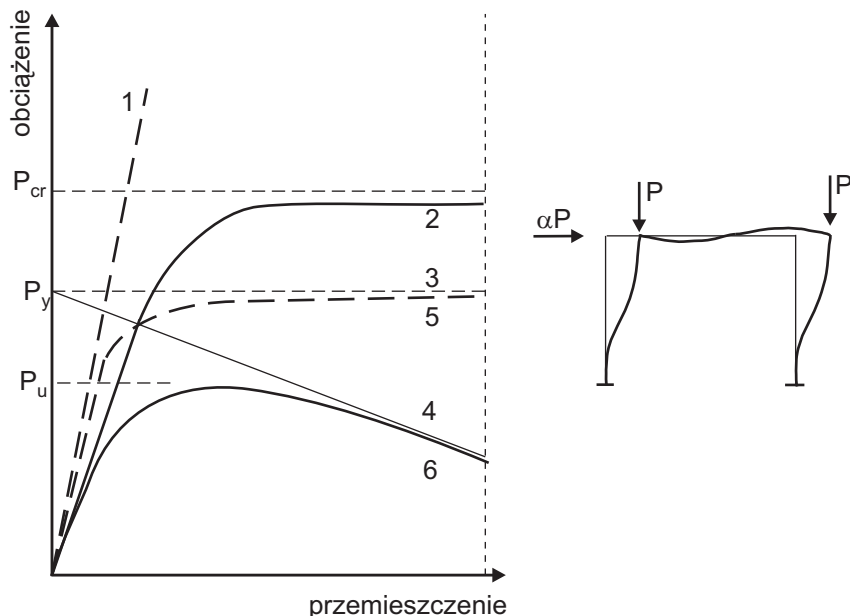
1. W obliczeniach statycznych najczęściej poddaje się analizie I rzędu konstrukcję o idealnej i początkowej oraz niezmienną się geometrii (geometrycznie liniowej) z uwzględnieniem odkształceń sprężystych. Zbliżenie uzyskanych wyników do zachowań rzeczywistej konstrukcji uzyskuje się, uwzględniając wpływ oddziaływań na konstrukcję odkształcalną (geometrycznie nieliniową). Dodatkowe zastosowanie analizy II rzędu daje wyniki powiększone o efekty II rzędu. Efekty te są często pomijalnie małe, ale w pewnych przypadkach mogą osiągać istotne, a nawet znaczne wartości. Natomiast model sztywno-plastyczny ze wzmocnieniem lub bez stosuje się w przypadku, gdy dokładność prowadzonej analizy pozwala na pominięcie wpływu odkształceń sprężystych.

Połączenie przedstawionych na rys. 4.2 modeli materiałowych oraz efektów II rzędu prowadzi do wyłonienia modeli analizy konstrukcji przedstawionych na rys. 4.3 [2, 7, 16, 64].

Stosowanie analizy uwzględniającej efekty II rzędu (pkt 5.3 w normie [51]) przedstawiono w pkt 4.5 skryptu.

2. Istotnym czynnikiem wpływającym na zwiększenie zgodności obliczeń statycznych z wykonaną konstrukcją jest uwzględnienie jej imperfekcji (niedoskonałości). Ogólnie, imperfekcje wynikają z niemożliwych do wyeliminowania niedokładności i koniecznych tolerancji podczas produkcji wyrobów, wytwarzania, montażu konstrukcji itp. W konsekwencji są one akceptowane, lecz

ograniczone w normach (EN 1090 i Eurokod 3) do dopuszczalnych wartości odstępstw od przyjętego modelu geometrycznego konstrukcji. Konsekwencją zaakceptowania imperfekcji jest uwzględnianie w analizie powstających odchyłek przez wprowadzenie dodatkowych zmian przyjętej geometrii lub dodatkowych oddziaływań, uwzględniających skutki tych zmian. Wymienione zagadnienia są dokładnie omówione w pkt 4.4.



Rys. 4.3. Modele analizy globalnej konstrukcji na przykładzie konstrukcji ramowej: 1 – model sprężysty z analizą I rzędu, 2 – model sprężysty z analizą II rzędu, 3 – model sztywno-plastyczny z analizą I rzędu, 4 – model sztywno-plastyczny z analizą II rzędu, 5 – model sprężysto-plastyczny z analizą I rzędu, 6 – model sprężysto-plastyczny z analizą II rzędu

W analizie konstrukcji coraz szerzej stosuje się metodę elementów skończonych (MES). Wytyczne stosowania metody elementów skończonych do sprawdzania stanów granicznych

nośności i użyteczności oraz zmęczenia są zamieszczone w załączniku C normy [53]. Załącznik ten precyzuje założenia obliczeniowe ze wskazówkami zastosowań, a także przedstawia i ilustruje zasady modelowania konstrukcji i jej imperfekcji oraz dobierania charakterystyk materiału.

Niezależnie od wymienionych czynników, na sposób i zakres analizy wpływa zachowanie się prętów pod obciążeniem. Wymaga ono rozpatrywania dwóch aspektów dotyczących podatności węzłów oraz stateczności ogólnej elementów.

Zagadnienie sztywności węzłów jest szczególnie ważne w konstrukcjach ramowych. Stopień sztywności węzłów: od sztywnych, poprzez podatne (w różnym stopniu), po przegubowe, wpływa na model analizy, niekiedy na konieczność projektowania węzłów przed elementami. Problematykę sztywności węzłów i ich powiązania z konstrukcją omówiono w pkt 4.6 skryptu.

Wrażliwość elementu konstrukcji na utratę stateczności ogólnej powoduje często znaczne zmniejszenie nośności elementu. Zarówno wyboczenie elementów ściskanych, jak i zwichrzenie elementów zginanych, inicjowane wyboczeniem pasa ściskanego z płaszczyzny zginania, są przedmiotem analizy. Konieczne ze względów ekonomicznych ograniczenie możliwości utraty stateczności ogólnej wymaga konstrukcyjnego usztywnienia elementów. Rozdział 7. skryptu dotyczy

obliczania nośności elementów z uwzględnieniem zachowania stateczności, natomiast zagadnienia konstrukcyjnych sposobów usztywniania elementów konstrukcji są omówione w rozdz. 8.

4.2. Klasyfikacja przekrojów

4.2.1. Zasady ogólne

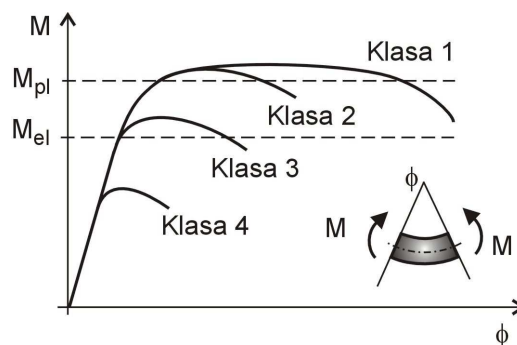
Określenie nośności obliczeniowej przekroju oraz wybór metody analizy konstrukcji (sposobu, w jaki będą wyznaczone siły wewnętrzne) są uwarunkowane stopniem odporności zastosowanych kształtowników na zjawisko miejscowej utraty stateczności.

Syntetycznym wskaźnikiem pozwalającym ocenić ten stopień odporności, zarówno w stanie sprężystym, jak i plastycznym, jest podział na klasy przekroju. Klasyfikacja ta wprowadza podział na cztery typy klas przekrojów, odmiennie zachowujących się pod wpływem naprężeń ściskających. Naprężenia ściskające muszą występować przynajmniej w części przekroju poprzecznego elementu.

Norma [51] wyróżnia cztery klasy przekrojów.

- Klasa 1. – przekroje, które osiągają nośność przegubu plastycznego i wykazują przy tym zdolność do obrotu niezbędną do plastycznej redystrybucji momentów zginających.
- Klasa 2. – przekroje, które osiągają nośność przegubu plastycznego, lecz wskutek niestateczności miejscowej (w stanie plastycznym) wykazują ograniczoną zdolność do obrotu.
- Klasa 3. – przekroje, które wykazują nośność nie mniejszą, niż to wynika z początku uplastycznienia strefy ściskanej, lecz wskutek niestateczności miejscowej (w stanie sprężysto-plastycznym) nie osiągają nośności przegubu plastycznego.
- Klasa 4. – przekroje, które wskutek niestateczności miejscowej (w stanie nadkrytycznym) wykazują nośność mniejszą, niż to wynika z początku uplastycznienia strefy ściskanej.

Zachowanie się przekrojów różnych klas z punktu widzenia nośności przekroju poprzecznego elementu pokazano na rys. 4.4.



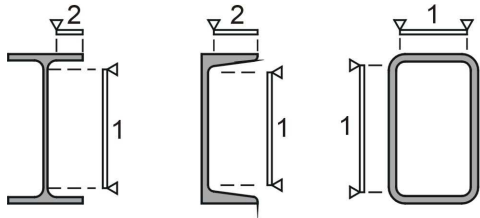
Rys. 4.4. Nośność przekroju przy zginaniu w zależności od klasy przekroju: M_{el} – nośność sprężysta, M_{pl} – nośność plastyczna

Z definicji przedstawionych klas przekroju można wysnuć również wnioski co do wyboru metody analizy konstrukcji. Analiza sprężysta jest dozwolona dla wszystkich elementów, niezależnie od klasy ich przekroju, natomiast analiza plastyczna jest dozwolona tylko dla elementów klasy 1. Tylko one charakteryzują się wystarczającą zdolnością do obrotu, pozwalającą

na zaistnienie plastycznej redystrybucji momentów zginających. Bardziej szczegółowo zagadnienie to omówiono w pkt 4.3.

Wyznaczenie klasy przekroju elementu jest uzależnione od następujących czynników: smukłości ścianek w elemencie (charakteryzowanej stosunkiem ich szerokości do grubości c/t), granicy plastyczności stali, z której wykonany jest rozpatrywany kształtownik i rozkładu naprężeń ściskających. W wypadku elementów, w których nie występują naprężenia ściskające, wyznaczanie klasy przekroju jest zbędne.

Procedura 4.1. Wyznaczanie klasy przekroju

Kolejne kroki	Objaśnienia
<p>1. Podział przekroju poprzecznego elementu na ścianki składowe (rys. 4.5)</p>  <p>Rys. 4.5. Wyróżnienie ścianek w kształtownikach</p>	<p>W kształtownikach otwartych rozróżnia się dwa typy ścianek:</p> <p>1 – ścianka wewnętrzna (przęsłowa) – oparta na dwóch krawędziach,</p> <p>2 – ścianka wspornikowa – oparta tylko na jednej krawędzi.</p>
<p>2. Obliczenie współczynnika ε, uwzględniającego granicę plastyczności materiału elementu:</p> $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	<p>Wartości współczynnika ε niekoniecznie muszą być obliczane – dla kilku różnych wartości granicy plastyczności materiału są podane bezpośrednio w tabl. 5.1 normy [51].</p>
<p>3. Obliczenie smukłości wyróżnionych ścianek</p>	<p>Sposób wyznaczania szerokości ścianki podany jest w tabl. 5.2 normy [51].</p> <p>W kształtownikach otwartych szerokość jest wyznaczana dla płaskiej części ścianki (do końca wyokrąglenia na styku dwu ścianek lub do brzegu spoiny).</p> <p>W rurach kwadratowych lub prostokątnych jest to zazwyczaj szerokość mierzona w licach zewnętrznych pomniejszona o 3 grubości ścianki.</p> <p>W kątownikach szerokością ścianki jest szerokość ramienia kątownika.</p> <p>W rurach okrągłych szerokością jest zewnętrzna średnica rury.</p>
<p>4. Porównanie wyznaczonej smukłości c/t ze smukłościami granicznymi. Na tej podstawie odbywa się kwalifikacja ścianki do odpowiedniej klasy</p>	<p>Graniczne proporcje ścianek klas 1., 2. i 3. podano w tabl. 5.2 normy [51]. Części, które nie spełniają warunków dla klasy 3., traktuje się jak części klasy 4.</p>
<p>5. Wyznaczenie klasy całego przekroju</p>	<p>Przekrój jest klasyfikowany wedle najwyższej</p>

	(liczbowo) klasy jego części ściskanych. Wyjątki określono w pkt 6.2.1(10) i 6.2.2.4(1) normy [51].
--	---

Uwagi praktyczne

- W wielu wypadkach (np. elementy ściskane osiowo) wystarczy ograniczyć się do udowodnienia, że element nie należy do klasy 4.
- W wypadku elementów ściskanych mimośrodowo graniczna smukłość ścianki musi być wyznaczona dla rozkładu naprężeń powstającego przy rozpatrywanej kombinacji obciążenia. W celu uproszczenia warto przeprowadzić wstępne sprawdzenie klasy przekroju dla najbardziej niekorzystnego rozkładu naprężeń, czyli dla ściskania osiowego. Jeśli wynik takiego sprawdzenia kwalifikuje przekrój do klasy 1. lub 2., bardziej szczegółowe (i bardziej skomplikowane) rachunki, biorące pod uwagę obecny rozkład naprężeń (od momentu zginającego i siły osiowej), nic zwykle nie wniosą. Jeśli natomiast wstępne obliczenia wykażą przekrój klasy 3. lub 4., trzeba wyznaczyć klasę przekroju na podstawie rzeczywistego rozkładu naprężeń.
- Podczas wyznaczania smukłości granicznej ścianki klasy 1. i 2. ściskanej mimośrodowo zakłada się rozkład plastyczny naprężeń na szerokości ścianki (rys. 4.6a). Rozkład taki charakteryzuje współczynnik α , który jest względnym zasięgiem ściskanej strefy plastycznej w części przekroju. Dla kształtowników I i H, poddanych ściskaniu i zginaniu względem „mocniejszej” osi przekroju, gdy oś obojętna znajduje się w przekroju środka, współczynnik α może być wyznaczany z następującej zależności:

$$\alpha = \frac{c + \alpha_N}{2c} \quad (4.1)$$

gdzie: α_N – pomocniczy parametr wyznaczany z zależności:

$$\alpha_N = \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} \quad (4.2)$$

N_{Ed} – obliczeniowa siła ściskająca w kształtowniku,

t_w – grubość jego środka,

f_y – granica plastyczności,

c – szerokość rozpatrywanej ścianki (środkowa).

- Podczas wyznaczania smukłości granicznej ścianki klasy 3., ściskanej mimośrodowo, przyjmuje się rozkład sprężysty naprężeń na szerokości ścianki (rys. 4.6b). Rozkład taki charakteryzuje współczynnik ψ , który jest stosunkiem naprężeń brzegowych (lub odkształceń).

Wartość współczynnika ψ może być wyznaczona przez superpozycję naprężeń od zginania i ściskania. Przyjmując, że naprężenia ściskające mają znak „+” i w skrajnym włóknie ścianki osiągają granicę plastyczności, w przypadku ściskania i zginania względem „mocniejszej” osi przekroju można napisać:

$$\sigma_b + \sigma_N = \sigma_b + \frac{N_{Ed}}{A} = f_y \quad (4.3a)$$

$$-\sigma_b + \sigma_N = -\sigma_b + \frac{N_{Ed}}{A} = \psi f_y \quad (4.3b)$$

gdzie: σ_b , σ_N – naprężenia odpowiednio: od zginania i ściskania,
 A – pole przekroju całego kształtownika.

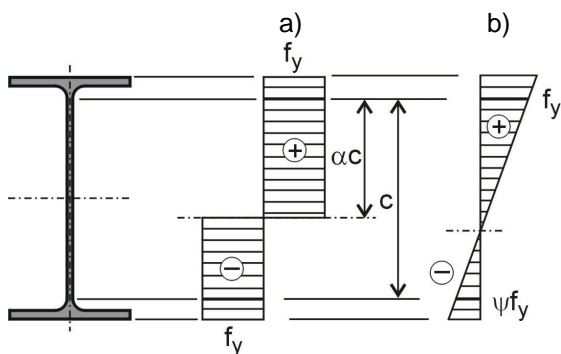
Dodając stronami równania (4.3a) oraz (4.3b), można otrzymać zależność:

$$2 \frac{N_{Ed}}{A} = \psi f_y + f_y \quad (4.4)$$

która po uporządkowaniu daje wzór służący do szybkiego obliczania stosunku naprężeń brzegowych:

$$\psi = \frac{2N_{Ed}}{Af_y} - 1 \quad (4.5)$$

- W przypadku wyznaczania szerokości ścianek blachownic, gdy grubości spoin łączących ścianki nie są jeszcze określone, można wyznaczać szerokość ścianki w licach zewnętrznych ścianek lub przyjąć wstępnie szerokość boku spoiny wynoszącą połowę grubości ścianki.



Rys. 4.6. Definicja współczynników α i ψ przy ściskaniu i zginaniu: a) rozkład plastyczny naprężeń, b) rozkład sprężysty naprężeń

4.2.2. Kształtowniki walcowane na gorąco

Przykład 4.1

Sprawdzenie klasy przekroju kształtownika IPE 300 ze stali gatunku S355, poddanego zginaniu względem osi y-y	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
<p>Dane Stal gatunku S355 (według PN-EN 10025-2 [36]) Wymiary kształtownika IPE 300 (rys. 4.7): $h = 300 \text{ mm}$, $b = 150 \text{ mm}$, $t_w = 7,1 \text{ mm}$, $t_f = 10,7 \text{ mm}$, $r = 15 \text{ mm}$.</p>		

Rys. 4.7. Dwuteownik

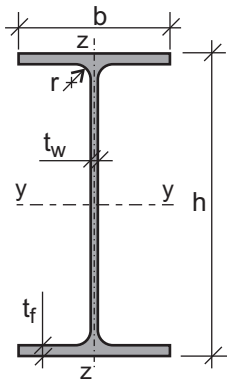
<p>IPE 300</p> <p>Stal gatunku S355,</p> $t_{\max} = t_f = 10,7 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow f_y = 355 \text{ N/mm}^2,$ $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81.$	<p>tabl. 3.1 normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 normy [51]</p>	
---	---	--

Przykład 4.1 (cd.)

1	2	3
<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Środnik</p> <p>Smukłość środnika:</p> $\frac{c}{t} = \frac{h - 2(t_f + r)}{t_w} = \frac{300 - 2(10,7 + 15)}{7,1} = \frac{248,6}{7,1} = 35,0.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 1.: $72\varepsilon = 72 \cdot 0,81 = 58,3$, czyli $\frac{c}{t} = 35,0 < 58,3 \rightarrow$ środnik spełnia warunki klasy 1.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Pas</p> <p>Smukłość pasa:</p> $\frac{c}{t} = \frac{0,5(b - t_w - 2r)}{t_f} = \frac{0,5(150 - 7,1 - 2 \cdot 15)}{10,7} = \frac{56,4}{10,7} = 5,3.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 1.: $9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,3$, czyli $\frac{c}{t} = 5,3 < 7,3 \rightarrow$ pas spełnia warunki klasy 1.</p> <p>Kształtownik spełnia warunki przekroju klasy 1.</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 1.) normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p> <p>procedura 4.1</p>

Przykład 4.2

Sprawdzenie klasy przekroju kształtownika IPE 300 ze stali gatunku S355, poddanego osiowemu ściskaniu	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3

**Dane**

Wymiary kształtownika IPE 300 (rys. 4.8):

$$h = 300 \text{ mm},$$

$$b = 150 \text{ mm},$$

$$t_w = 7,1 \text{ mm},$$

$$t_f = 10,7 \text{ mm},$$

$$r = 15 \text{ mm}.$$

Rys. 4.8. Dwuteownik IPE 300

Stal gatunku S355,

$$t_{\max} = t_f = 10,7 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow f_y = 355 \text{ N/mm}^2,$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81.$$

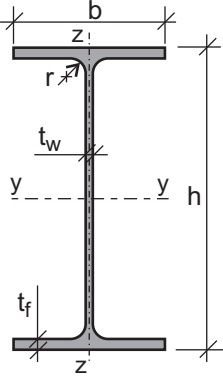
tabl. 3.1
normy [51]

tabl. 5.2
normy [51]

Przykład 4.2 (cd.)

1	2	3
<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Środek</p> <p>Smukłość środka (jak w poprzednim przykładzie):</p> $\frac{c}{t} = 35,0.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 3.: $42\epsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,0$, czyli $\frac{c}{t} = 35,0 > 34,0 \rightarrow$ środek nie spełnia warunków klasy 3., należy więc do klasy 4.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Pas</p> <p>Smukłość pasa (jak w poprzednim przykładzie):</p> $\frac{c}{t} = 5,3.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 1.: $9\epsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,3$, czyli $\frac{c}{t} = 5,3 < 7,3 \rightarrow$ pas spełnia warunki klasy 1.</p> <p>Przekrój nie spełnia warunków przekroju klasy 3. ze względu na środek, należy więc do klasy 4.</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 1.) normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p> <p>procedura 4.1</p>

Przykład 4.3

Sprawdzenie klasy przekroju kształownika IPE 450 ze stali gatunku S355, poddanego ścisnaniu ze zginaniem	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
 <p>Rys. 4.9. Dwuteownik IPE 450</p> <p><u>Dane</u> Obliczeniowa siła ściskająca: $N_{Ed} = 600 \text{ kN}$.</p> <p>Wymiary kształownika IPE 450 (rys. 4.9): $h = 450 \text{ mm}$, $b = 190 \text{ mm}$, $t_w = 9,4 \text{ mm}$, $t_f = 14,6 \text{ mm}$, $r = 21 \text{ mm}$.</p>		

Przykład 4.3 (cd.)

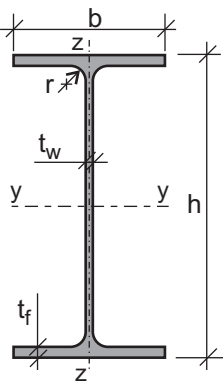
1	2	3
---	---	---

<p>Stal gatunku S355,</p> $t_{\max} = t_f = 14,6 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow f_y = 355 \text{ N/mm}^2,$ $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81.$ <p style="text-align: center;">* * *</p>	<p>tabl. 3.1 normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 normy [51]</p>	
<p>Pas</p> <p>Smukłość pasa:</p> $\frac{c}{t} = \frac{0,5(b - t_w - 2r)}{t_f} = \frac{0,5(190 - 9,4 - 2 \cdot 21)}{14,6} = \frac{69,3}{14,6} = 4,7.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 1.: $9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,3$, czyli $\frac{c}{t} = 4,7 < 7,3 \rightarrow$ pas spełnia warunki klasy 1.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p>
<p>Środek</p> <p>Smukłość środka:</p> $\frac{c}{t} = \frac{h - 2(t_f + r)}{t_w} = \frac{450 - 2(14,6 + 21)}{9,4} = \frac{378,8}{9,4} = 40,3.$ <p>Najpierw sprawdzono warunki smukłości jak dla ścianki osiowo ściskanej (dla najbardziej niekorzystnego rozkładu naprężeń), aby sprawdzić, czy są potrzebne bardziej szczegółowe obliczenia.</p> <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 3.: $42\varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,0$, czyli $\frac{c}{t} = 40,3 > 34,0 \rightarrow$ środek należy do klasy 4.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p>
<p>Sprawdzenie warunków smukłości ścianki ściskanej i zginanej (obliczenia bardziej szczegółowe, aby udowodnić, że środek nie należy do klasy 4.). Zakładając plastyczny rozkład naprężeń:</p> $\alpha_N = \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} = \frac{600 \cdot 10^3}{9,4 \cdot 355} = 179,8 \text{ mm},$ $\alpha = \frac{c + \alpha_N}{2c} = \frac{378,8 + 179,8}{2 \cdot 378,8} = 0,74.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 1.:</p> $\alpha = 0,74 > 0,5 \rightarrow \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,74 - 1} = 37,2 < \frac{c}{t} = 40,3.$		<p>wzór (4.2)</p> <p>wzór (4.1)</p>

Przykład 4.3 (cd.)

1	2	3
<p>Smukłość graniczna ścianki klasy 2.:</p> $\alpha = 0,74 > 0,5 \rightarrow \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{456 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,74 - 1} = 42,8 > \frac{c}{t} = 40,3,$ <p>średnik spełnia więc warunki klasy 2.</p> <p>Kształtownik spełnia warunki przekroju klasy 2.</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 1.) normy [51]</p>	

Przykład 4.4

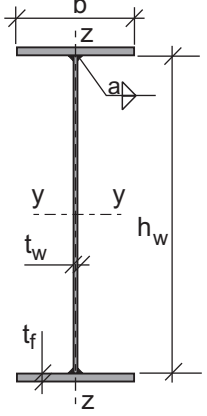
Sprawdzenie klasy przekroju kształtownika IPE 550 ze stali gatunku S355, poddanego ścisnaniu ze zginaniem	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
 <p>Rys. 4.10. Dwuteownik IPE 550</p> <p><u>Dane</u> Obliczeniowa siła ściskająca: $N_{Ed} = 1100 \text{ kN}.$ Wymiary kształtownika IPE 550 (rys. 4.10): $h = 550 \text{ mm},$ $b = 210 \text{ mm},$ $t_w = 11,1 \text{ mm},$ $t_f = 17,2 \text{ mm},$ $r = 24 \text{ mm}.$ Pole przekroju poprzecznego kształtownika: $A = 134 \cdot 10^2 \text{ mm}^2.$</p> <p>Stal gatunku S355, $t_{\max} = t_f = 17,2 \text{ mm} < 40 \text{ mm} \rightarrow f_y = 355 \text{ N/mm}^2,$ $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81.$</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Pas Smukłość pasa: $\frac{c}{t} = \frac{0,5(b - t_w - 2r)}{t_f} = \frac{0,5(210 - 11,1 - 2 \cdot 24)}{17,2} = \frac{75,4}{17,2} = 4,4.$ Smukłość graniczna ścianki klasy 1.: $9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,3,$ czyli $\frac{c}{t} = 4,4 < 7,3 \rightarrow$ pas spełnia warunki klasy 1.</p>	<p>tabl. 3.1 normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 normy [51]</p> <p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p>

Przykład 4.4 (cd.)

1	2	3
<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Środnik</p> <p>Smukłość środka:</p> $\frac{c}{t} = \frac{h - 2(t_f + r)}{t_w} = \frac{550 - 2(17,2 + 24)}{11,1} = \frac{467,6}{11,1} = 42,1.$ <p>Można zauważyć, że smukłość ścianki przekracza smukłość graniczną dla ścianki klasy 3. ściskanej osiowo:</p> $c/t = 42,1 > 42\varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,0.$ <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Sprawdzono wobec tego warunki smukłości ścianki ściskanej i zginanej, przyjmując rozkład plastyczny naprężeń:</p> $\alpha_N = \frac{N_{Ed}}{t_w f_y} = \frac{1100 \cdot 10^3}{11,1 \cdot 355} = 279,2 \text{ mm},$ $\alpha = \frac{c + \alpha_N}{2c} = \frac{467,6 + 279,2}{2 \cdot 467,6} = 0,80.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 2.:</p> $\alpha = 0,80 > 0,5 \rightarrow \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1} = \frac{456 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,80 - 1} = 39,3 < \frac{c}{t} = 42,1.$ <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Środnik nie spełnia warunków klasy 2., należy wyznaczyć smukłość graniczną ścianki klasy 3., przyjmując sprężysty rozkład naprężeń.</p> <p>Współczynnik ψ (stosunek naprężeń brzegowych):</p> $\psi = \frac{2N_{Ed}}{Af_y} - 1 = \frac{2 \cdot 1100 \cdot 10^3}{134 \cdot 10^2 \cdot 355} - 1 = -0,538.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 3.:</p> $\psi = -0,538 > -1 \rightarrow \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi} =$ $= \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 + 0,33(-0,538)} = 69,1 > \frac{c}{t} = 42,1.$ <p>Środnik spełnia warunki przekroju klasy 3.</p> <p>Kształtownik spełnia warunki przekroju klasy 3.</p>	<p>tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	<p>procedura 4.1</p> <p>wzór (4.2)</p> <p>wzór (4.1)</p> <p>wzór (4.5)</p>

4.2.3. Blachownice z płaskim środnikiem

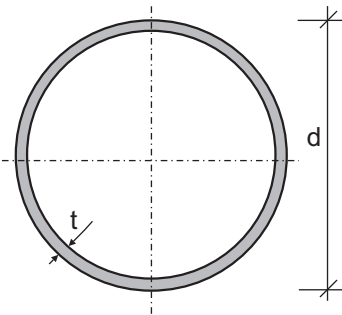
Przykład 4.5

Sprawdzenie klasy przekroju blachownicy dwuteowej ze stali gatunku S355, poddanej ścisnaniu ze zginaniem (względem osi y-y)	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
 <p>Dane Obliczeniowa siła ściskająca: $N_{Ed} = 300 \text{ kN}$.</p> <p>Wymiary blachownicy (rys. 4.11): $h_w = 800 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$, $t_w = 10 \text{ mm}$, $t_f = 20 \text{ mm}$. Grubość spoiny pachwinowej łączącej pasy ze środnikiem: $a = 4 \text{ mm}$.</p> <p>Rys. 4.11. Blachownica spawana</p>		

<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Należy wyznaczyć smukłość graniczną ścianki klasy 3., po przyjęciu sprężystego rozkładu naprężeń, z uwzględnieniem ściskania ze zginaniem.</p> <p>Pole przekroju blachownicy:</p> $A = 2bt_f + h_w t_w = 2 \cdot 300 \cdot 20 + 800 \cdot 10 = 200 \cdot 10^2 \text{ mm}^2.$ <p>Współczynnik ψ (stosunek naprężeń brzegowych):</p> $\psi = \frac{2N_{Ed}}{Af_y} - 1 = \frac{2 \cdot 300 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^2 \cdot 355} - 1 = -0,92.$ <p>Smukłość graniczna ścianki klasy 3.:</p> $\psi = -0,92 > -1 \rightarrow \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi} =$ $= \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 + 0,33(-0,92)} = 92,8 > \frac{c}{t} = 78,9.$ <p>Środek spełnia warunki przekroju klasy 3.</p> <p>Blachownica spełnia warunki przekroju klasy 3.</p>	<p style="text-align: center;">wzór (4.5)</p> <p style="text-align: center;">tabl. 5.2 (arkusz 2.) normy [51]</p>	
--	---	--

4.2.4. Rury okrągłe

Przykład 4.6

Sprawdzenie klasy przekroju rury okrągłej $\phi 457,0 \times 10,0$ ze stali gatunku S275, poddanej ściskaniu i zginaniu	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p><u>Dane</u></p> <p>Wymiary rury $\phi 457,0 \times 10,0$ (rys. 4.12):</p> <p>$d = 457 \text{ mm},$</p> <p>$t = 10,0 \text{ mm}.$</p> </div> </div> <p>Rys. 4.12. Rura okrągła $\phi 457,0 \times 10,0$</p>		

Przykład 4.6 (cd.)

1	2	3
---	---	---

4.3. Metody analizy ze względu na klasę przekroju

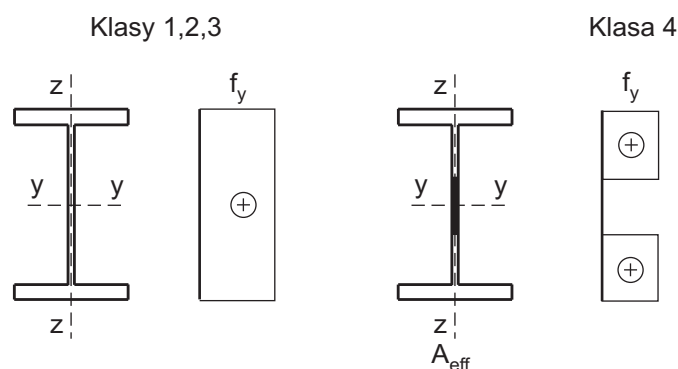
Wszystkie elementy konstrukcji, bez względu na klasę przekroju, można obliczać, posługując się globalną analizą sprężystą. Analiza ta opiera się na założeniu, że charakterystyka σ - ϵ materiału jest liniowa w całym zakresie obciążenia.

Siły wewnętrzne i momenty zginające można obliczać zgodnie z zasadami globalnej analizy sprężystej również wtedy, gdy jako nośność obliczeniową przekroju przyjmuje się nośność plastyczną. Globalna analiza sprężysta ma również zastosowanie, gdy nośność przekrojów jest uwarunkowana niestatecznością miejscową (patrz pkt 5.4 w normie [51]).

Powiązanie wyężenia przekroju elementu charakteryzowane zależnością σ - ϵ z wpływem proporcji przekroju elementu zginanego na jego odporność na miejscową niestateczność, przyjęte jako kryterium podziału przekrojów na klasy, pozwala przyporządkować poszczególnym klasom przekrojów metody analizy najpełniej wykorzystujące ich nośności. Początek uplastycznienia jako kryterium nośności przekroju można stosować w każdym przypadku, także w przypadku przekrojów klasy 4., jeżeli w obliczeniach przyjmuje się cechy przekroju współpracującego (efektywnego).

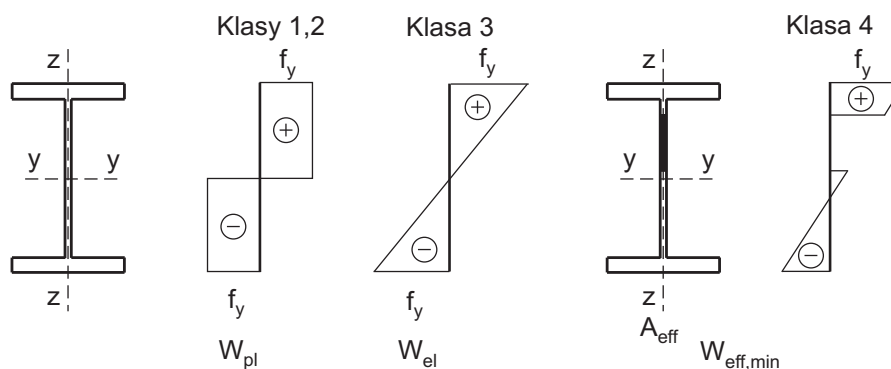
Przykładowo w odniesieniu do przekrojów bisymetrycznych:

- w elementach ściskanych nośność przekrojów klas 1., 2., 3. jest nośnością plastyczną, natomiast w przypadku klasy 4. nośność przekroju odpowiada początkowi uplastycznienia przekroju współpracującego (rys. 4.14); w przypadku przesunięcia środka ciężkości przekroju współpracującego pojawia się moment zginający i nośność przekroju musi uwzględniać ściskanie ze zginaniem (patrz pkt 6.2.4(4) normy [51]),



Rys. 4.14. Naprężenia odpowiadające nośności przekrojów ściskanych osiowo

- w elementach zginanych nośność przekrojów klas 1., 2. jest nośnością plastyczną, klasy 3. – sprężystą, przekroju klasy 4. zaś – nośnością nadkrytyczną przekroju współpracującego (rys. 4.15).



Rys. 4.15. Naprężenia odpowiadające nośności przekrojów zginanych

Przedstawione zakresy nośności przekrojów elementów konstrukcji stwarzają możliwości pełnego wykorzystania nośności elementów przez dobór odpowiedniej analizy, ale także pozwalają na dobór odpowiednich przekrojów w czasie kształtowania konstrukcji i zmian podczas jej analizy. Zagadnienia związane z obliczaniem nośności przekrojów, także w złożonych stanach wyteżeń, są omówione szczegółowo w rozdz. 5. skryptu.

Elementy klasy 1.

Elementy o przekrojach klasy 1. cechują się plastyczną nośnością przekroju zarówno na ściskanie, jak i na zginanie oraz mają zdolność do obrotu pozwalającą na redystrybucję momentów zginających, nadają się zatem do projektowania plastycznego w pełnym zakresie. Elementy te powinny być stosowane przede wszystkim w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych, w których można w większym stopniu wykorzystać materiał wskutek redystrybucji momentów.

W obliczeniach statycznych elementów klasy 1. należy posłużyć się globalną analizą plastyczną. Można ją stosować tylko wtedy, gdy konstrukcja w miejscach potencjalnych przegubów plastycznych ma wystarczającą zdolność do obrotu w elementach lub węzłach. Jeśli przegub plastyczny występuje w elemencie, to jego przekrój powinien być bisymetryczny lub monosymetryczny. Wymagania konstrukcyjne dotyczące strefy przegubu plastycznego są sprecyzowane w pkt 5.6 normy [51]. Jeśli przegub plastyczny występuje w strefie węzła, to jego odpowiednią zdolność do obrotu można zapewnić na podstawie PN-EN 1993-1-8 [54]. Można także wzmocnić węzeł tak, aby przegub powstał w przywęzłowym przekroju elementu.

Globalna analiza plastyczna pozwala uwzględniać nieliniowe właściwości materiału przy obliczaniu skutków oddziaływań w układzie konstrukcyjnym. Do tego celu w pkt 5.4.3 [51] zaproponowano zastosowanie jednej z wymienionych metod:

- analiza sprężysto-plastyczna, w której kolejne przekroje lub węzły osiągające nośność plastyczną traktuje się jak przeguby plastyczne,
- nieliniowa analiza plastyczna, w której uwzględnia się rozwój stref plastycznych w elementach,
- analiza sztywno-plastyczna, w której abstrahuje się od odkształceń sprężystych, traktując poszczególne części między przegubami jako sztywne.

Stosowanie pierwszych dwóch metod wymaga odpowiedniego oprogramowania. Do obliczania belek i ram można posłużyć się trzecią metodą.

Korzyści z wykorzystania przegubów plastycznych są znaczne, szczególnie w belkach lub ramach statycznie niewyznaczalnych. Doprowadzenie do wystąpienia w takich konstrukcjach przegubu plastycznego obniża o 1 stopień statyczną niewyznaczalność ustroju, z równoczesnym zachowaniem nośności plastycznej w przegubie o wielkości $M_{pl} = W_{pl} f_y$. Pozwala to na zwiększenie obciążenia do wartości wywołującej pojawienie się kolejnego przegubu plastycznego. Stan graniczny ustroju n -krotnie statycznie niewyznaczalnego zostanie osiągnięty, gdy wystąpi $n + 1$ przegubów. Wówczas ustrój zmieni się w mechanizm, osiągając nośność graniczną z uwzględnieniem rezerwy plastycznej. W celu dokładniejszego poznania zagadnień związanych ze stosowaniem teorii plastyczności można sięgnąć do prac [2, 7, 61].

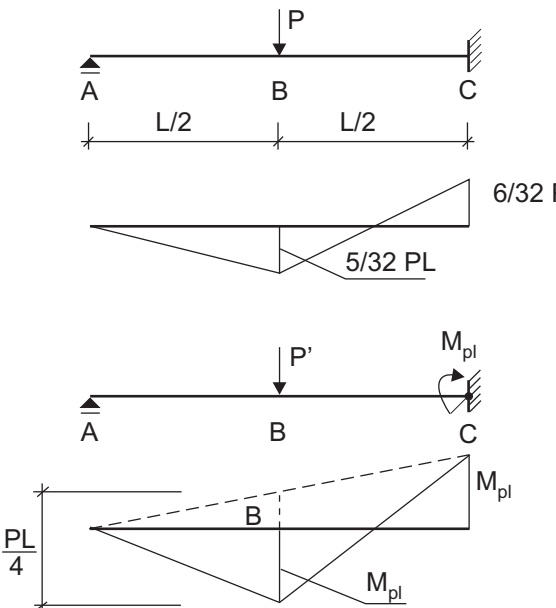
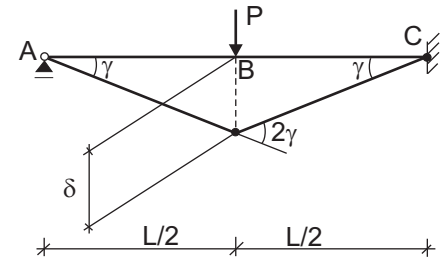
Ustalanie nośności granicznej ustrojów statycznie niewyznaczalnych jest realizowane różnymi metodami. Zostaną tutaj krótko przedstawione: metoda plastycznego wyrównania momentów, zwana metodą przyrostową i metoda kinematyczna.

W metodzie przyrostowej śledzi się zachowanie konstrukcji na ścieżce równowagi oraz określa poziomy obciążenia w chwili tworzenia się kolejnych przegubów plastycznych w przekrojach elementów i w węzłach konstrukcji. Uzyskane tą drogą największe obciążenie jest obciążeniem granicznym.

Metoda kinematyczna polega na wyszukaniu możliwych kinematycznie mechanizmów zniszczenia i na porównaniu dla każdego z nich pracy sił zewnętrznych na odpowiadających im przemieszczeniach z pracą sił przekrojowych na odpowiadających im przemieszczeniach. Z

uzyskanego w ten sposób zbioru obciążeń granicznych poszczególnych mechanizmów najmniejsze obciążenie jest obciążeniem granicznym. Zastosowanie obu metod ilustrują przykłady.

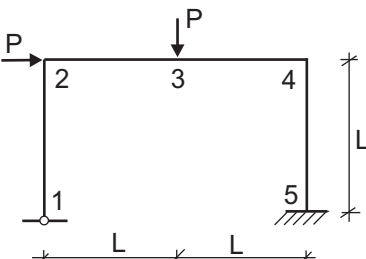
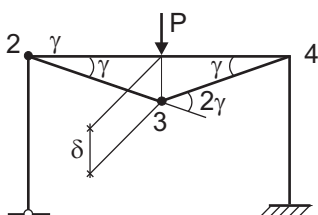
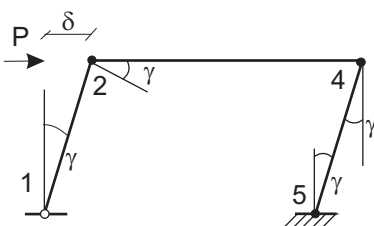
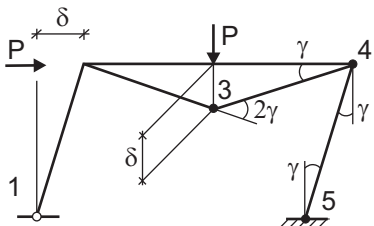
Przykład 4.8

Wyznaczenie nośności granicznej belki	
Ilustracje	Objaśnienia
 <p>Rys. 4.16. Fazy obliczania granicznej wartości siły P metodą przyrostową</p>	<p><u>Dane</u></p> <p>Belka jednoprzęsłowa, jednokrotnie statycznie niewyznaczalna i obciążona siłą P. Wyznaczyć graniczną wartość siły P.</p> <p>Wyznaczenie nośności granicznej metodą przyrostową (rys. 4.16)</p> <ul style="list-style-type: none"> Obliczenie momentów zginających <p>Wartości momentu zginającego dla zadanego obciążenia wskazują, że pierwszy przegub plastyczny wystąpi w punkcie C.</p> $M_C = \frac{6}{32} PL = M_{pl}, \text{ stąd siła graniczna wywołująca pierwszy przegub}$ $P_{gr,1} = 5,33 M_{pl}/L.$ <ul style="list-style-type: none"> Ustalenie nowego schematu statycznego belki <p>W węźle C występuje przegub plastyczny o oporze M_{pl}. Obciążenie P' może być zwiększone do wartości pozwalającej na wytworzenie następnego przegubu plastycznego.</p> <p>Kolejny i ostatni możliwy przegub plastyczny wystąpi w punkcie B, po odpowiednim zwiększeniu obciążenia do wartości zrównującej momenty:</p> $M_B = \frac{PL}{4} - \frac{M_{pl}}{2} = M_{pl}, \text{ stąd}$ $P_{gr,2} = 6 M_{pl}/L.$ <p>Metoda przyrostowa daje ograniczenie od dołu, więc ostatecznie $P_{gr} = \max(P_{gr,1}, P_{gr,2}) = 6 M_{pl}/L$.</p> <p>Obliczenie nośności granicznej metodą kinematyczną (rys. 4.17)</p> <p>Metoda kinematyczna wymaga przyjęcia mechanizmu zniszczenia i porównania pracy siły czynnej P na przemieszczeniu δ z pracą sił przekrojowych M_{pl} na kątach obrotu wywołanych odkształceniem belki:</p> $P\delta = M_{pl}(2\gamma_B + \gamma_C) = 3\gamma M_{pl}.$ <p>Podstawiając $\gamma = \delta/0,5L$, można wyliczyć wartość nośności granicznej belki:</p>
 <p>Rys. 4.17. Fazy obliczania granicznej wartości siły P metodą kinematyczną</p>	

$$P_{gr} = 6M_{pl}/L.$$

Wyniki obu metod są identyczne.

Przykład 4.9

Wyznaczenie nośności granicznej ramy	
Ilustracje	Objaśnienia
<p>a)</p>  <p>b)</p>  <p>c)</p>  <p>d)</p> 	<p><u>Dane</u></p> <p>Rama dwukrotnie statycznie niewyznaczalna obciążona dwiema siłami P (rys. 4.18)</p> <p>Obliczyć nośność graniczną ramy metodą kinematyczną.</p> <p>Dla rozpatrywanej ramy istnieją trzy możliwe mechanizmy zniszczenia. Dla każdego z nich należy ustalić warunek równowagi pracy sił zewnętrznych i sił przekrojowych oraz obliczyć odpowiadające mu obciążenie graniczne.</p> <ul style="list-style-type: none"> <p>■ Mechanizm belkowy</p> $P\delta = M_2 \cdot \gamma + M_3 \cdot 2\gamma + M_4 \cdot \gamma = M_{pl} \cdot 4\gamma,$ <p>podstawiając $\gamma = \delta/L$, otrzymujemy wartość nośności granicznej belki dla mechanizmu belkowego:</p> $P_{gr,b} = 4M_{pl}/L.$ <p>■ Mechanizm przechyłowy</p> $P\delta = M_2 \cdot \gamma + M_4 \cdot \gamma + M_5 \cdot \gamma = M_{pl} \cdot 3\gamma,$ <p>podstawiając $\gamma = \delta/L$, otrzymujemy wartość nośności granicznej belki dla mechanizmu przechyłowego:</p> $P_{gr,p} = 3M_{pl}/L.$ <p>■ Mechanizm belkowo-przechyłowy</p> $2P\delta = M_3 \cdot 2\gamma + M_4 \cdot 2\gamma + M_5 \cdot \gamma = M_{pl} \cdot 5\gamma,$ <p>podstawiając $\gamma = \delta/L$, otrzymujemy wartość nośności granicznej belki dla mechanizmu belkowo-przechyłowego:</p> $P_{gr,b-p} = 2,5M_{pl}/L.$ <p>Miarodajna nośność graniczna ramy jest ograniczona od góry:</p> $P_{gr} = \min(P_{gr,b}, P_{gr,p}, P_{gr,b-p}) = 2,5M_{pl}/L.$ <p>Nośność graniczna odpowiada mechanizmowi belkowo-przechyłowemu.</p>

Rys. 4.18. Mechanizmy zniszczenia ramy (b÷d) przedstawionej na rys. a

Elementy klasy 2.

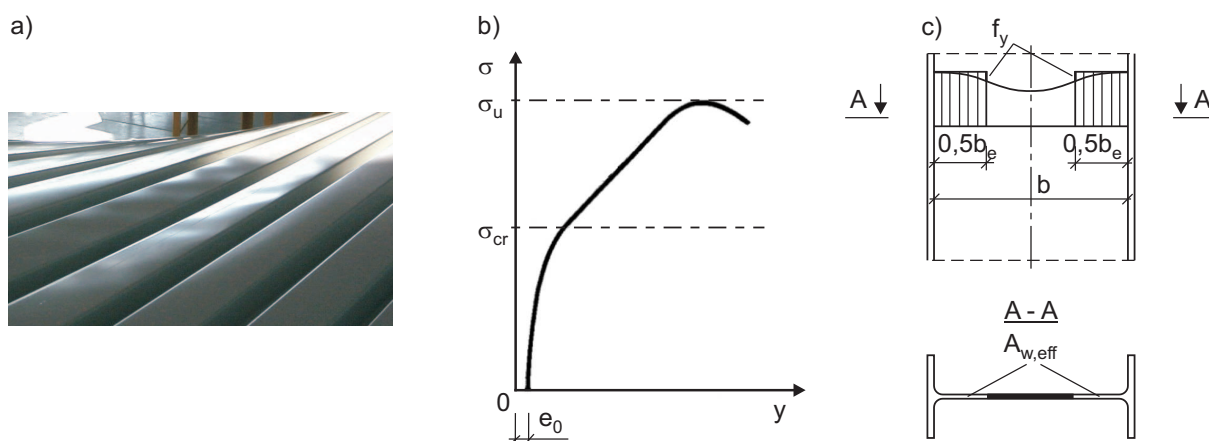
Nośności przekroju elementów klasy 2. są identyczne jak elementów klasy 1. Jednak ze względu na ograniczenie zdolności do obrotu elementy klasy 2. nie są zdolne do spowodowania redystrybucji momentów. Stąd obliczanie sił wewnętrznych w takich elementach wykonuje się, stosując analizę sprężystą pierwszego lub drugiego rzędu z wykorzystaniem nośności przegubu plastycznego w najbardziej wyężonym przekroju ($W_{pl}f_y$). Pozwala to w konstrukcji na lepsze wykorzystanie nośności elementu mimo braku możliwości obrotu w tym przekroju.

Elementy klasy 3.

Elementy ściskane o przekrojach klasy 3. powinny mieć nośność przekroju ustaloną z pełnym uplastycznieniem. W elementach zginanych nośność przekroju ustala się, przyjmując, że jedynie włókna skrajne osiągają granicę plastyczności, a pozostała część przekroju jest sprężysta ($W_{el}f_y$). Konstrukcje z elementów klasy 3. mogą być analizowane tylko zgodnie z modelem sprężystym pierwszego lub drugiego rzędu. Można jednak w przekrojach klasy 3., w których uplastycznienie zaczyna się po stronie rozciąganej, wykorzystać plastyczną rezerwę nośności w tej strefie ($W_{el,min}f_y$).

Elementy klasy 4.

W ścianie klasy 4., po przekroczeniu obciążenia krytycznego następuje utrata stateczności miejscowej, lecz przekrój elementu jako całość ma jeszcze znaczną rezerwę nośności na skutek wzajemnego usztywniania się ścianek (rys. 4.19). W analizie uwzględnia się jedynie przekrój współpracujący ścianki $A_{w,eff}$, tj. obliczeniowo pozbawiony części przekroju, która w stanie pokrytycznym utraciła stateczność, a tym samym zdolność do niezbędnego wyężenia. Nośność przekroju elementu klasy 4. wynosi przy ściskaniu ($A_{eff,min}f_y$), przy zginaniu zaś ($W_{eff,min}f_y$). Sposób ustalenia przekroju współpracującego i jego charakterystyk wytrzymałościowych jest podany w pkt 5.4 skryptu.



Rys. 4.19. Niestateczność miejscowa: a) zdjęcie ścianek górnych blachy fałdowej w stanie pokrytycznym wywołanym obciążeniem, b) zależność naprężenia σ w ścianie od jej przemieszczenia w kierunku prostopadłym do ścianki, c) rzeczywisty rozkład naprężeń σ w ścianie oraz ich obliczeniowy rozkład w przekroju współpracującym b_e

Projektowanie elementów klasy 4. wymaga wykorzystania rezerwy nadkrytycznej, ustalenia przekrojów współpracujących i obliczenia ich charakterystyk oraz w miarę potrzeby uwzględnienia dodatkowych sił wewnętrznych (momentów) spowodowanych przesunięciem osi obojętnych przekroju współpracującego.

Informacje dotyczące obliczania przekrojów współpracujących są zamieszczone w części 1-3 EC3 [52] dla elementów giętych na zimno, w części 1-5 EC3 [53] dla elementów walcowanych na gorąco i spawanych oraz w części 1-6 EC3 dla przekrojów rurowych okrągłych. Informacje szczegółowe dotyczące sprawdzania nośności elementów klasy 4. zamieszczono w rozdz. 6. części 1-1 normy [51]. Zagadnienia te są dokładniej omówione w rozdz. 5. skryptu.

4.4. Imperfekcje globalne i lokalne

Przy obliczaniu nośności i stateczności konstrukcji stalowych szczególnego znaczenia nabiera konieczność uwzględniania warunków wykonania, transportu i montażu elementów konstrukcyjnych. W szczególności należy uwzględnić:

- odchyłki geometryczne elementów wynikające z tolerancji wykonawczych określonych w normach wyrobów i wykonania, takie jak: brak prostopadłości, brak prostoliniowości, brak płaskości, brak przylegania, skręcenia przekroju, odchyłki geometryczne przekrojów itp.,
- wytwórcze i montażowe odchyłki konstrukcji, m.in. niewielkie mimośrodowość montażowe występujące w węzłach konstrukcji nieobciążonej, przesunięcia osi słupów,
- naprężenia własne, spawalnicze i(lub) walcownicze,
- zmienność granicy plastyczności.

Odstępstwa od stanu idealnego konstrukcji, zwane imperfekcjami, dzielą się na trzy grupy:

- imperfekcje materiałowe,
- imperfekcje geometryczne,
- imperfekcje technologiczne.

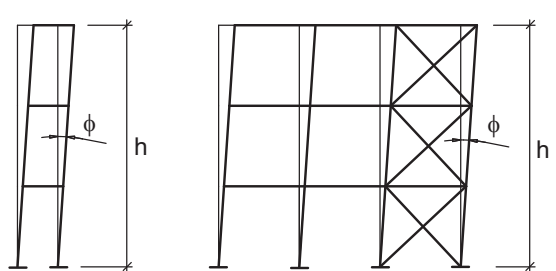
Imperfekcje materiałowe, związane ze zmiennością cech materiałowych, szczególnie granicy plastyczności, uwzględniane są w częściowych, materiałowych współczynnikach bezpieczeństwa γ_M .

Imperfekcje geometryczne dzielą się na:

- imperfekcje globalne układów ramowych i stężeń,
- imperfekcje lokalne poszczególnych, pojedynczych elementów.

Wszystkie imperfekcje globalne norma [51] zaleca uwzględniać w analizie konstrukcji w postaci zastępczych, wstępnych imperfekcji przechyłowych (rys. 4.20).

Procedura 4.2. Obliczanie imperfekcji globalnych ram (na podstawie normy [51])

Formuła	Objaśnienia
$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (4.6)$  <p>Rys. 4.20. Zastępcze imperfekcje przechyłowe</p>	<p>ϕ_0 – wartość podstawowa imperfekcji:</p> $\phi_0 = \frac{1}{200}$ <p>α_h – współczynnik redukcyjny ze względu na wysokość:</p> $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \text{ lecz } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$ <p>h – wysokość konstrukcji w metrach</p> <p>α_m – współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę słupów: $\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$</p> <p>$m$ – liczba słupów w rzędzie, przy czym uwzględnia</p>

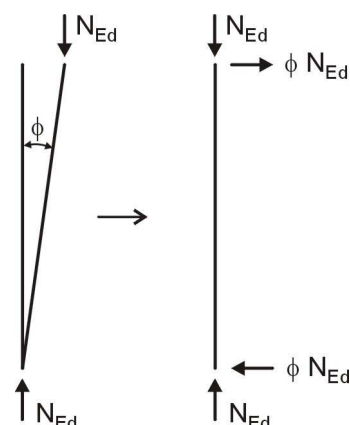
	się tylko te słupy, które przenoszą obciążenie N_{Ed} nie mniejsze niż 50% przeciętnego obciążenia słupa w rozpatrywanej płaszczyźnie
--	---

W przypadku budowlanych konstrukcji szkieletowych można pomijać globalne imperfekcje przechyłowe w obliczeniach statycznych, gdy spełniony jest warunek:

$$H_{Ed} \geq 0,15 V_{Ed} \quad (4.7)$$

gdzie: H_{Ed} – całkowite obciążenie poziome,
 V_{Ed} – łączne obciążenie pionowe.

Wstępne imperfekcje przechyłowe można w obliczeniach statycznych zastąpić układami równoważnych sił poziomych, działających na poszczególne słupy (rys. 4.21).



Rys. 4.21. Zastąpienie wstępnych imperfekcji przechyłowych równoważnymi siłami poziomymi (na podstawie normy [51])

Lokalne wstępne imperfekcje prętów uwzględnia się w postaci zastępczego wygięcia łukowego pręta. Norma [51] zezwala na zastąpienie lokalnego wygięcia pręta równoważnym obciążeniem ciągłym, przyłożonym na długości słupa (rys. 4.22).

Procedura 4.3. Obliczanie imperfekcji lokalnych ram (na podstawie normy [51])

Formuła	Objaśnienia												
<p>Rys. 4.22. Równoważne obciążenie ciągłe (na podstawie normy [51])</p>	<p>L – długość elementu</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Krzywa wybożenia według tabl. 6.2 normy [51]</th><th>Zalecana w normie [51] wartość imperfekcji e_0/L</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a_0</td><td>1/350</td></tr> <tr> <td>a</td><td>1/300</td></tr> <tr> <td>b</td><td>1/250</td></tr> <tr> <td>c</td><td>1/200</td></tr> <tr> <td>d</td><td>1/150</td></tr> </tbody> </table>	Krzywa wybożenia według tabl. 6.2 normy [51]	Zalecana w normie [51] wartość imperfekcji e_0/L	a_0	1/350	a	1/300	b	1/250	c	1/200	d	1/150
Krzywa wybożenia według tabl. 6.2 normy [51]	Zalecana w normie [51] wartość imperfekcji e_0/L												
a_0	1/350												
a	1/300												
b	1/250												
c	1/200												
d	1/150												

W ogólnym przypadku lokalne imperfekcje łukowe mogą być pomijane w obliczeniach statycznych. Jednak w analizie ram wrażliwych na efekty drugiego rzędu, gdy zachodzą następujące warunki:

- przynajmniej jeden węzeł elementu przenosi moment zginający,
 - $\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}}$
- (4.8)

gdzie: N_{Ed} – wartość obliczeniowa siły ściskającej,

$\bar{\lambda}$ – względna smukłość elementu obliczona przy założeniu przegubów na jego końcach,

należy w obliczeniach statycznych uwzględnić lokalne wygięcie pręta.

Biorąc pod uwagę, że:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \quad (4.9)$$

warunek (4.8) można zapisać w postaci:

$$\sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} > 0,5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}} \quad (4.10)$$

czyli

$$N_{Ed} > 0,25 N_{cr} \quad (4.11)$$

gdzie N_{cr} – siła krytyczna obliczona z uwzględnieniem wyboczenia w płaszczyźnie układu przy założeniu przegubowego podparcia słupa na obu końcach:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_y^2} \quad (4.12)$$

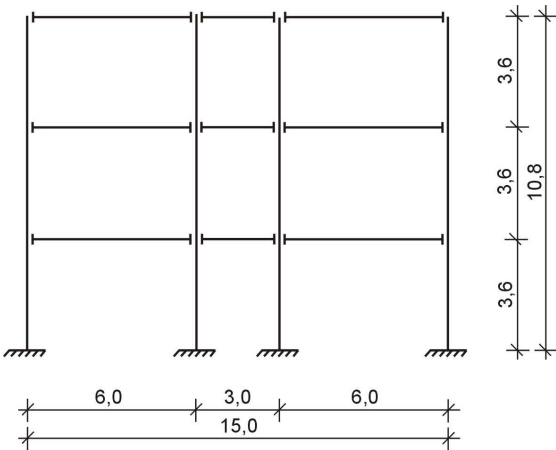
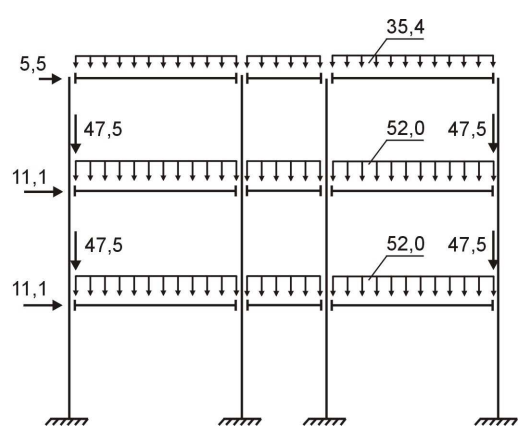
Jeżeli w analizie II rzędu uwzględnia się także zwichrzenie elementów zginanych, to można przyjmować imperfekcje tych elementów o postaci $ke_{0,d}$, gdzie $e_{0,d}$ to zastępcza wstępna imperfekcja łukowa w płaszczyźnie najmniejszej bezwładności przekroju, $k = 0,5$.

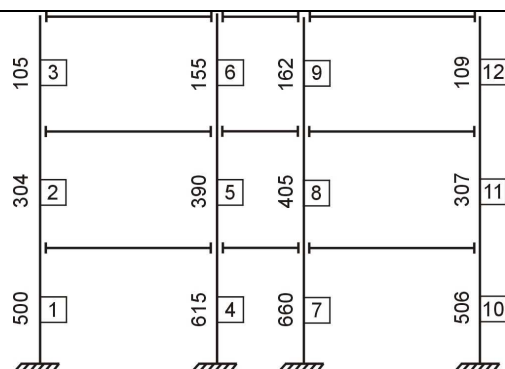
Przyjmowany w obliczeniach kształt globalnych i lokalnych imperfekcji należy określać na podstawie postaci wyboczenia sprężystego układu w rozpatrywanej płaszczyźnie, biorąc pod uwagę wszelkie możliwe postaci i kierunki wyboczenia, zarówno w płaszczyźnie, jak i z płaszczyzny układu, symetryczne i niesymetryczne.

Uwzględnienie imperfekcji globalnych i lokalnych w obliczeniach statycznych i sprawdzanie bezpieczeństwa prętów zależy od rodzaju analizy konstrukcji i jej wrażliwości na efekty II rzędu. Imperfekcje globalne muszą być zawsze uwzględniane podczas obliczania konstrukcji stalowych wrażliwych na efekty II rzędu, chyba że spełniony jest warunek dany wzorem (4.7). Gdy przeprowadza się obliczenia statyczne II rzędu, w których uwzględniane są zarówno imperfekcje globalne, jak i lokalne, wówczas nie ma potrzeby oddzielnego sprawdzania stateczności elementów prętowych (uwzględniania wyboczenia przy wymiarowaniu prętów), gdyż skutki wyboczenia uwzględnione są w wynikowych wartościach momentów zginających i sił podłużnych, otrzymanych z obliczeń statycznych. Gdy w obliczeniach statycznych nie bierze się pod uwagę bezpośrednio imperfekcji lokalnych, wówczas bezpieczeństwo prętów sprawdza się, stosując

interakcyjne formuły wyboczeniowe (patrz rozdz. 7.), w których przez współczynniki wyboczeniowe uwzględnione są m.in. lokalne imperfekcje prętów.

Przykład 4.10

Wyznaczenie imperfekcji globalnych i lokalnych ramy	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
<p>Dane pochodzą w przykładu P2 [11]. Rygle zaprojektowano z IPE 360, słupy z HEB 180. Schemat analizowanej ramy pokazano na rys. 4.23.</p>  <p>Rys. 4.23. Schemat analizowanej ramy</p>  <p>Rys. 4.24. Obciążenia ramy</p> <p>Obliczenia przeprowadzono dla kombinacji obciążeń K5 według pracy [11]. Obciążenia ramy pokazano na rys. 4.24, siły podłużne $N_{Ed,i}$ w poszczególnych słupach – na rys. 4.25.</p>		



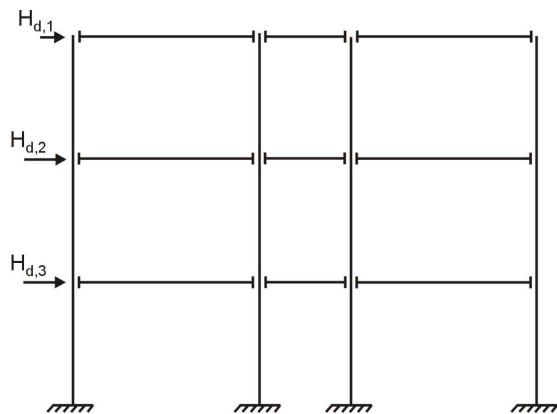
Rys. 4.25. Siły podłużne w słupach ramy

Przykład 4.10 (cd.)

1	2	3
<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Imperfekcje globalne</p> <p>Sprawdzenie warunku (4.7) (konieczność uwzględniania imperfekcji przechyłowych):</p> $V_{Ed} = \sum N_i = 52,0(6+3+6) \cdot 2 + 35,4(6+3+6) + 4 \cdot 47,5 = 2281 \text{ kN},$ $H_{Ed} = 5,5 + 11,1 + 11,1 = 27,7 \text{ kN},$ $H_{Ed} = 27,7 \text{ kN} < 0,15 V_{Ed} = 0,15 \cdot 2281 = 342 \text{ kN}.$ <p>Imperfekcje przechyłowe muszą być uwzględnione w obliczeniach statycznych ramy.</p> <p>Wstępna imperfekcja przechyłowa:</p> $\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m,$ $\phi_0 = \frac{1}{200}, \quad \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \quad \text{lecz } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0,$ $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{10,8}} = 0,608, \quad \text{przyjęto } \alpha_h = 0,67.$ <p>Sprawdzenie, ile słupów należy uwzględnić przy określaniu imperfekcji przechyłowej:</p> <ul style="list-style-type: none"> – średnia siła podłużna w słupie najniższej kondygnacji: $N_{\text{sr}} = \frac{\sum N_i}{4} = \frac{500 + 615 + 660 + 506}{4} = 570 \text{ kN},$ <ul style="list-style-type: none"> – siła podłużna w najmniej wyężonym słupie dolnej kondygnacji (rys. 4.24) wynosi 500 kN, $N_{Ed} = 500 \text{ kN} > 0,5 N_{\text{sr}} = 0,5 \cdot 570 = 285 \text{ kN},$	<p style="text-align: center;">pkt 5.3.2(4)B normy [51]</p> <p style="text-align: center;">wzór (5.7) normy [51]</p> <p style="text-align: center;">pkt 5.3.2(3) wzór (5.5) normy [51]</p>	<p style="text-align: center;">wzór (4.7)</p> <p style="text-align: center;">procedura 4.2 wzór (4.6)</p>

wszystkie słupy należy uwzględnić w obliczeniach, więc $m = 4$,		
$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{4}\right)} = 0,79,$		
$\phi = \frac{1}{200} 0,67 \cdot 0,79 = \frac{1}{378} = 0,00265 \text{ rad.}$	wzór (5.5) normy [51]	wzór (4.6)

Przykład 4.10 (cd.)

1	2	3
<p>Siły imperfekcji poszczególnych kondygnacji wynoszą (rys. 4.26):</p>  <p>Rys. 4.26. Siły od globalnych imperfekcji przechyłowych</p> $H_{d,1} = \phi V_{Ed,1} = \frac{1}{378} 35,4 \cdot (6,0 + 3,0 + 6,0) = 1,4 \text{ kN},$ $H_{d,2} = \phi V_{Ed,2} = \frac{1}{378} (52,0 \cdot 15,0 + 2 \cdot 47,5) = 2,3 \text{ kN},$ $H_{d,3} = \phi V_{Ed,3} = \frac{1}{378} (52,0 \cdot 15,0 + 2 \cdot 47,5) = 2,3 \text{ kN}.$ <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Imperfekcje lokalne</p> <p>Warunki konieczności uwzględniania imperfekcji lokalnych w obliczeniach statycznych:</p> <ul style="list-style-type: none"> • przynajmniej jeden węzeł przenosi moment zginający – warunek spełniony, • $\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}}$ 	<p>pkt 5.3.2(6) normy [51]</p> <p>wzór (5.8) normy [51]</p>	<p>wzór (4.9)</p>

lub $N_{Ed} > 0,25 N_{cr}$. Siła krytyczna wyboczenia, przy założeniu przegubowego podparcia końców słupa: $N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{l_y^2} = \frac{\pi^2 210000 \cdot 3830 \cdot 10^4}{3600^2} = 6125095 \text{ N} = 6125 \text{ kN}.$		wzór (4.11)
---	--	-------------

Przykład 4.10 (cd.)

1	2	3
<p>Największa siła podłużna w słupie dolnej kondygnacji wynosi 660 kN,</p> $N_{max} = 660 \text{ kN} < 0,25 N_{cr} = 0,25 \cdot 6125 = 1531 \text{ kN},$ <p>więc lokalne imperfekcje nie muszą być uwzględniane w obliczeniach statycznych ramy. W celu zilustrowania metody normy [51], przedstawiono dalej obliczenia imperfekcji lokalnych. HEB 180, $h/b = 1 < 1,2$, $t_f < 100 \text{ mm}$, wyboczenie względem osi y-y, krzywa "b",</p> $\frac{e_0}{L} = \frac{1}{250}.$ <p>Zastępcze obciążenie ciągłe słupów:</p> $q_{1,i} = \frac{8N_{Ed,i}e_0}{L^2} = \frac{8N_{Ed,i}}{250L} = \frac{N_{Ed,i}}{113}.$ <p>Wartości obciążenia od imperfekcji lokalnych poszczególnych słupów wynoszą:</p> $q_{1,1} = \frac{500}{113} = 4,4 \text{ kN/m}, \quad q_{1,2} = \frac{304}{113} = 2,7 \text{ kN/m},$ $q_{1,3} = \frac{105}{113} = 0,9 \text{ kN/m},$ $q_{1,4} = \frac{615}{113} = 5,5 \text{ kN/m}, \quad q_{1,5} = \frac{390}{113} = 3,5 \text{ kN/m},$ $q_{1,6} = \frac{155}{113} = 1,4 \text{ kN/m},$ $q_{1,7} = \frac{660}{113} = 5,9 \text{ kN/m}, \quad q_{1,8} = \frac{405}{113} = 3,6 \text{ kN/m},$	<p>tabl. 6.2 normy [51]</p> <p>tabl. 5.1 normy [51]</p>	<p>procedura 4.3</p>

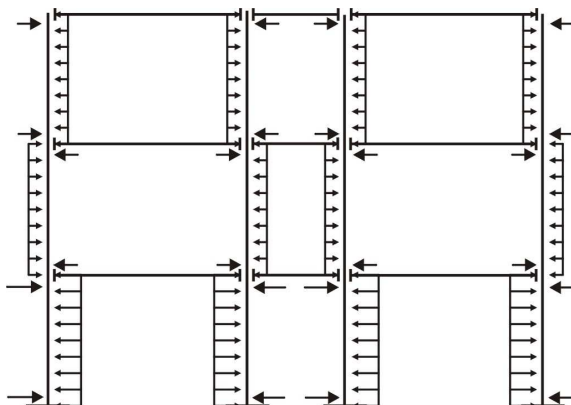
$$q_{1,9} = \frac{162}{113} = 1,4 \text{ kN/m},$$

$$q_{1,10} = \frac{506}{113} = 4,5 \text{ kN/m}, \quad q_{1,11} = \frac{307}{113} = 2,7 \text{ kN/m},$$

$$q_{1,12} = \frac{109}{113} = 1,0 \text{ kN/m}.$$

Norma [51] nie precyzuje metody przykładania obciążeń od imperfekcji na poszczególne słupy, podając jedynie zalecenie, aby odkształcenia ramy od obciążeń imperfekcji były zgodne z odkształconą formą ramy, określoną na podstawie formy wyboczenia sprężystego układu w rozpatrywanej płaszczyźnie.

Przykład 4.10 (cd.)

1	2	3
<p>Dalej podano przykładowy sposób przyłożenia obciążeń od imperfekcji lokalnych do słupów ramy (rys. 4.27). Obciążeniu ciągłemu na wysokości słupów towarzyszą siły reakcji na końcach poszczególnych słupów.</p> <p>W obliczeniach statycznych obciążenia od imperfekcji powinny być uwzględniane w kombinacjach obciążeń.</p>  <p>Rys. 4.27. Przykładowy rozkład obciążeń od imperfekcji lokalnych</p>		

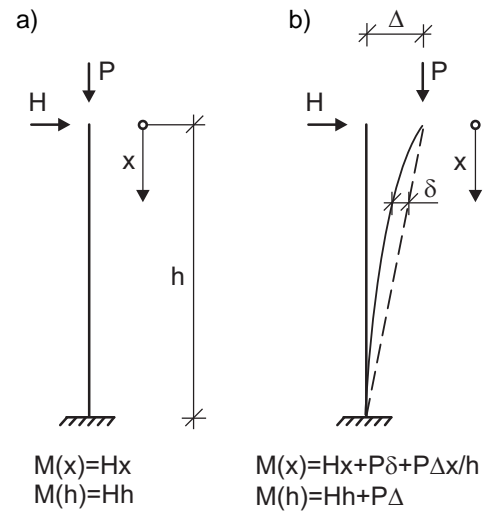
4.5. Analiza I i II rzędu

W analizie I rzędu stosuje się zasadę zeszywnienia, tzn. rozpatruje się nieodkształconą, pierwotną geometrię konstrukcji, niezależnie od stanu obciążenia. Gdy w obliczeniach statycznych uwzględnia się wpływ deformacji konstrukcji pod obciążeniem, wówczas taka analiza nazywana jest analizą II rzędu.

Najprostszy przykład analizy I i II rzędu słupa wspornikowego przedstawiono na rys. 4.28.

W teorii konstrukcji stalowych rozróżnia się efekty II rzędu jako:

- efekty P-Δ, odnoszące się do uwzględnienia w obliczeniach przesuwów węzłów konstrukcji,
- efekty P-δ, dotyczące uwzględnienia w obliczeniach lokalnych wygięć prętów między węzłami.



Rys. 4.28. Obliczenia statyczne pręta wspornikowego: a) I rzędu, b) II rzędu

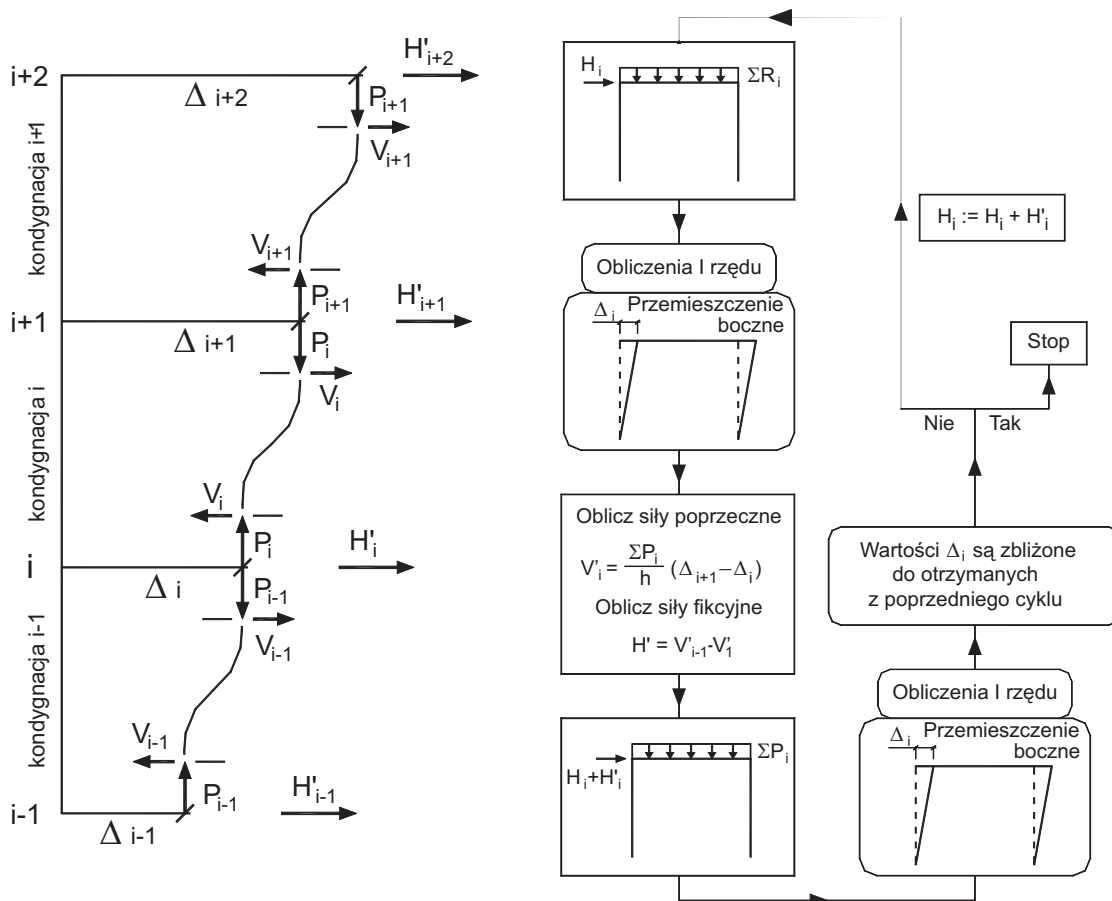
Uwzględnienie w obliczeniach statycznych efektów P-

Δ można przeprowadzić następującymi metodami:

- metodą iteracyjną – gdzie obciążenia przykładane są stopniowo, a macierz sztywności jest aktualizowana przy każdym kroku obciążenia, stosownie do zdeformowanej geometrii układu; takie obliczenia są możliwe do wykonania programami komputerowymi,
- metodą kolejnych przybliżeń – według schematu pokazanego na rys. 4.29,
- metodą amplifikacji – efekty oddziaływań, a szczególnie momenty zginające otrzymane z analizy I rzędu, przemnażane są przez odpowiednie współczynniki zwiększające; metoda ta może być zastosowana, gdy dominuje przechyłowa forma wyboczenia,
- metodą uproszczoną – siły wewnętrzne wyznacza się na podstawie obliczeń statycznych I rzędu, przy odpowiednio powiększonych obciążeniach poziomych. Obciążenia poziome, pochodzące zarówno od oddziaływań zewnętrznych (np. wiatru), jak i od imperfekcji oraz innych wpływów, przemnaża się przez współczynnik:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} \quad (4.13)$$

gdzie α_{cr} – mnożnik obciążenia krytycznego według procedury 4.4.



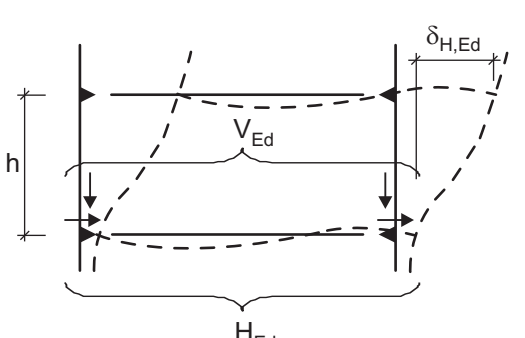
Rys. 4.29. Uwzględnianie efektu P-Δ metodą iteracyjną

Ta metoda może być stosowana w analizie sprężystej konstrukcji, gdy $\alpha_{cr} \geq 3$.

Uwzględnienie w obliczeniach statycznych efektów P-δ jest możliwe jedynie komputerowymi metodami iteracyjnymi. W normie [51] przyjęto kryterium wrażliwości konstrukcji ramowych na efekty II rzędu, przedstawione w procedurze 4.4.

Procedura 4.4. Ocena wrażliwości ram na efekty II rzędu

Formuła	Objaśnienia
<p>Konstrukcja jest niewrażliwa na efekty II rzędu, gdy spełnione są warunki:</p> <ul style="list-style-type: none"> – w przypadku analizy sprężystej $\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad (4.14)$ <ul style="list-style-type: none"> – w przypadku analizy plastycznej $\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \quad (4.15)$ <p>W przypadku ram wielokondygnacyjnych warunki te muszą być spełnione dla każdej kondygnacji.</p>	<p>α_{cr} – mnożnik obciążenia krytycznego w stosunku do obciążeń obliczeniowych, odpowiadający niestateczności sprężystej układu</p> <p>F_{Ed} – sumaryczne, pionowe obciążenie obliczeniowe działające na konstrukcję</p> <p>F_{cr} – obciążenie krytyczne odpowiadające globalnej formie niestateczności sprężystej i początkowej sztywności sprężystej układu</p>
<p>W przypadku ram portalowych z dachami o małym spadku ($< 26^\circ$) oraz regularnych, wielokondygnacyjnych konstrukcji szkieletowych, w których siły podłużne w prętach są nieznaczne*,</p>	

mnożnik obciążenia krytycznego można obliczać ze wzoru uproszczonego (rys. 4.30).	
$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \quad (4.16)$  <p>Rys. 4.30. Oznaczenia symboli do wzoru (4.16)</p>	<p>H_{Ed} – sumaryczne obciążenie poziome u dołu kondygnacji, uwzględniające fikcyjne siły poziome</p> <p>V_{Ed} – sumaryczne obliczeniowe obciążenie pionowe u dołu kondygnacji</p> <p>$\delta_{H,Ed}$ – przemieszczenie poziome góry kondygnacji względem dołu kondygnacji, wywołane wszystkimi zewnętrznymi i fikcyjnymi obciążeniami poziomymi</p> <p>h – kondygnacji</p>
<p>* siły podłużne w belkach i słupach można uznać za nieznaczące, gdy spełnione jest kryterium:</p> $\bar{\lambda} < 0,3 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}} \quad (4.17)$	<p>N_{Ed} – wartość obliczeniowa siły ściskającej</p> <p>$\bar{\lambda}$ – względna smukłość w płaszczyźnie zginania belki lub rygla obliczona przy założeniu długości teoretycznej elementu ograniczonego przegubami</p>

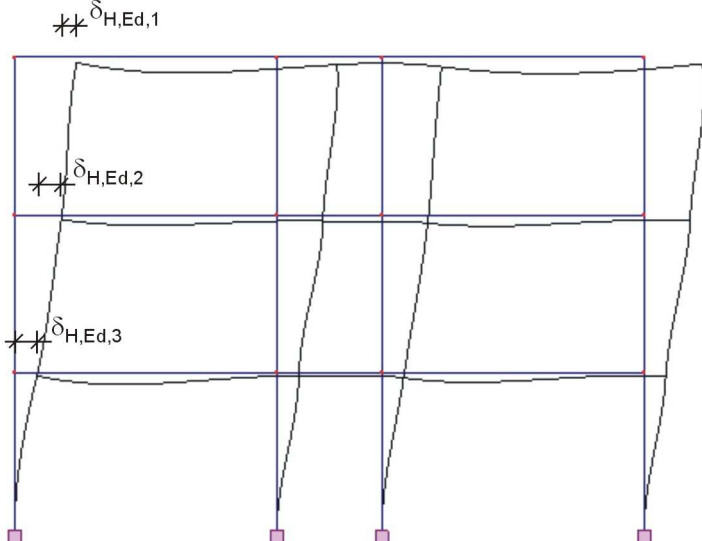
Analizę I rzędu bez uwzględniania imperfekcji można stosować w przypadku układów niewrażliwych na efekty II rzędu, a także jednokondygnacyjnych układów przechyłowych.

Przy obliczaniu konstrukcji ramowych norma [51] dopuszcza następujące podejścia:

- imperfekcje globalne i lokalne, a także całkowite efekty II rzędu (efekt P- Δ i P- δ) uwzględnione są w obliczeniach statycznych. Sprawdzanie stateczności poszczególnych prętów nie jest wtedy potrzebne, wystarczy sprawdzenie nośności ich przekrojów. Wpływ wszystkich efektów II rzędu i imperfekcji uwzględniony jest w wynikach obliczeń statycznych, w wartościach sił podłużnych i momentów zginających,
- w obliczeniach statycznych uwzględniono jedynie imperfekcje globalne (przechyły) oraz efekty P- Δ (przesuw węzłów). Należy sprawdzić stateczność każdego pręta przy zastosowaniu formuł interakcyjnych (6.61) i (6.62) normy [51] (patrz pkt 7.3), przyjmując długość wyboczeniową słupów jak dla ram o węzłach nieprzesuwnych. Norma [51] zezwala, aby długość wyboczeniową słupów przyjmować wtedy równą ich długości teoretycznej (wysokości słupa),
- w przypadkach gdy spełnione jest kryterium z procedury 4.4, obliczenia statyczne można wykonywać według teorii I rzędu z pominięciem imperfekcji. Stateczność prętów należy wtedy sprawdzać według interakcyjnych formuł wyboczeniowych, przy czym długość wyboczeniowa słupów powinna odpowiadać globalnej postaci wyboczenia układu konstrukcyjnego (jak dla ram o węzłach przesuwnych) oraz uwzględniać wpływ sztywności elementów i węzłów, istnienie przegubów plastycznych oraz rozkład sił ściskających.

Przykład 4.11

Ocena wrażliwości ramy na efekty II rzędu oraz wyznaczenie sił fikcyjnych	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3

<p>Korzystając z danych z przykładu 4.10, zbadać, czy rama jest wrażliwa na efekty II rzędu oraz wyznaczyć siły fikcyjne. Rama jest niewrażliwa na efekty II rzędu, gdy spełniony jest warunek:</p> $\alpha_{cr} \geq 10.$ <p>W odniesieniu do ram regularnych można stosować:</p> $\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \geq 10$ <p>Wartości względnych przesuwów węzłów $\delta_{H,Ed}$ (rys. 4.31) wyznaczono programem ROBOT od obciążeń obliczeniowych oraz sił od imperfekcji globalnych, stosując schemat statyczny i obciążenia jak w przykładzie 4.10 (rys. 4.24 i 4.26).</p>  <p>Rys. 4.31. Przemieszczenia węzłów ramy</p>	<p>wzór (5.1) normy [51]</p> <p>wzór (5.2) normy [51]</p>	<p>procedura 4.4</p> <p>wzór (4.14)</p> <p>wzór (4.16)</p>
---	---	--

Przykład 4.11 (cd.)

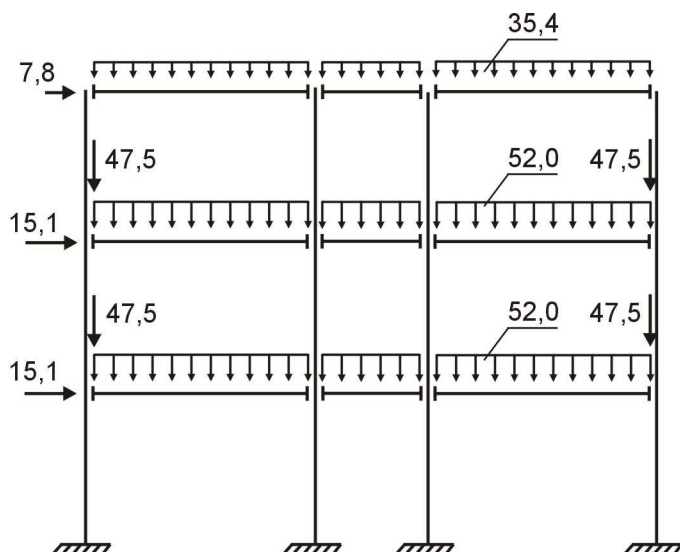
1	2	3
<p>Otrzymano:</p> $\delta_{H,Ed,1} = 3,9 \text{ mm}$ $\delta_{H,Ed,2} = 5,7 \text{ mm}$ $\delta_{H,Ed,3} = 6,0 \text{ mm}$ <ul style="list-style-type: none"> Kondygnacja I: 		

$H_{Ed} = \frac{W}{2} + H_{d,1} = 5,5 + 1,4 = 6,9 \text{ kN}$ $V_{Ed} = 35,4 \cdot 15,0 = 531 \text{ kN}$ $\alpha_{cr,1} = \frac{6,9}{531} \frac{3600}{3,9} = 12,1 > 10$ <p>▪ Kondygnacja II:</p> $H_{Ed} = 6,9 + 11,1 + 2,3 = 20,3 \text{ kN}$ $V_{Ed} = 531 + 52,0 \cdot 15,0 + 2 \cdot 47,5 = 1406 \text{ kN}$ $\alpha_{cr,2} = \frac{20,3}{1406} \frac{3600}{5,7} = 9,1 < 10$ <p>▪ Kondygnacja III:</p> $H_{Ed} = 20,3 + 11,1 + 2,3 = 33,7 \text{ kN}$ $V_{Ed} = 1406 + 52,0 \cdot 15,0 + 2 \cdot 47,5 = 2281 \text{ kN}$ $\alpha_{cr,3} = \frac{33,7}{2281} \frac{3600}{6,0} = 8,9 < 10$ <p>Ponieważ dla kondygnacji II i III $\alpha_{cr} < 10$, konstrukcja jest wrażliwa na efekty II rzędu.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Obliczenia statyczne można wykonywać m.in. metodą podaną w normie [51]. Przeprowadza się je metodami I rzędu dla obciążeń poziomych zwiększonych współczynnikiem:</p> $\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{8,9}} = 1,13.$		
	<p>pkt 5.2.2(5)B normy [51]</p> <p>wzór (5.4) normy [51]</p>	wzór (4.13)

Przykład 4.11 (cd.)

1	2	3
<p>Obciążenia poziome oblicza się, jak następuje:</p> $H''_1 = 1,13 (5,5 + 1,4) = 7,8 \text{ kN},$ $H''_2 = 1,13 (11,1 + 2,3) = 15,1 \text{ kN},$ $H''_3 = 1,13 (11,1 + 2,3) = 15,1 \text{ kN}.$ <p>Ramę należy obliczać, uwzględniając obciążenia pokazane na rys.</p>		

4.32.



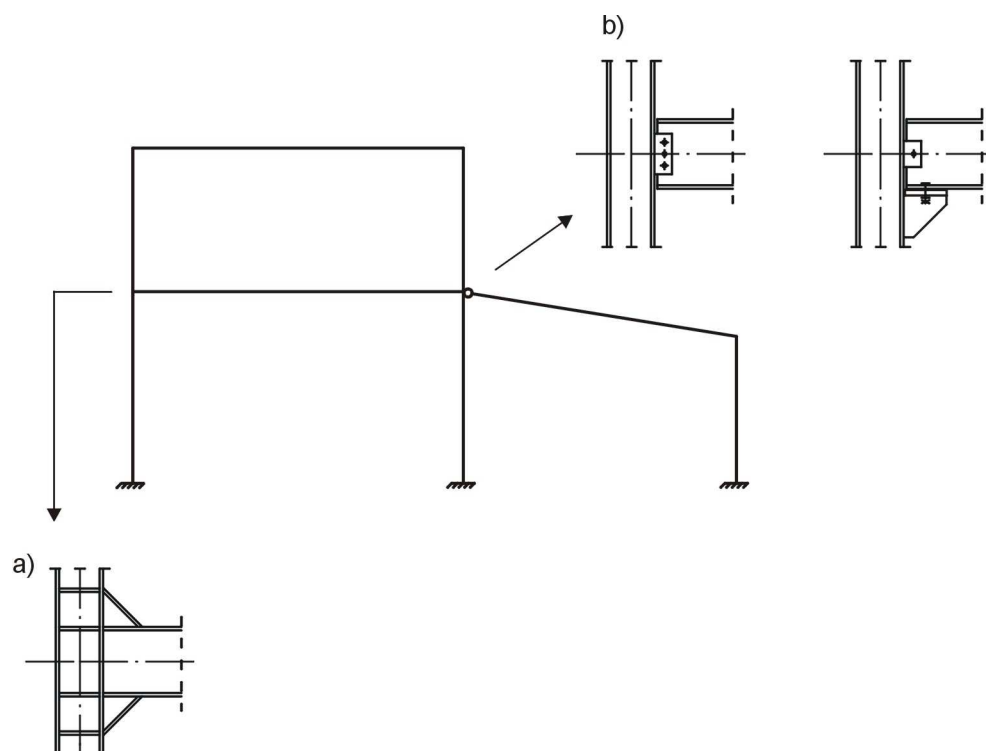
Rys. 4.32. Obciążenia ramy uwzględniające efekty II rzędu i imperfekcje globalne

4.6. Wpływ podatności węzłów i połączeń

4.6.1. Wprowadzenie

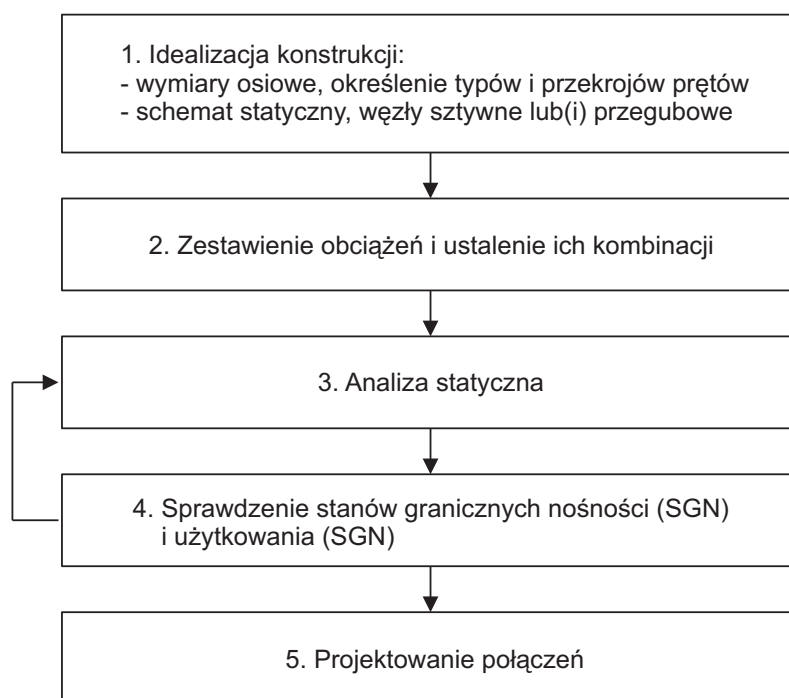
Podstawy teorii konstrukcji stalowych, w tym metody obliczania sił wewnętrznych oraz sprawdzania nośności przekrojów i elementów, zostały opracowane jeszcze w XIX w. Przez długie lata stalowe konstrukcje szkieletowe projektowane były według zasad opracowanych w tamtym okresie, kiedy to, ze względu na ograniczenia związane z trudnościami obliczeniowymi, stosowano wiele uproszczeń i założeń przybliżonych. Analizowano wyizolowane ze szkieletu płaskie układy ramowe bez uwzględnienia współpracy stropów i obudowy, przy założeniu wyidealizowanych warunków łączenia prętów i zakotwień słupów (węzły sztywne i(lub) przegubowe), bez uwzględniania teorii II rzędu (rys. 4.33).

Rozwój techniki elektronicznej i jej zastosowanie w inżynierii lądowej, zarówno w zakresie sprzętu komputerowego (hardware), jak i oprogramowania (software), przyczynił się do znacznego przyspieszenia i ułatwienia działalności projektowej, zwłaszcza w zakresie analizy statycznej. Pomimo istnienia wielu nowoczesnych, komercyjnych programów do analizy statycznej, często w projektowaniu używane są jeszcze metody oparte na klasycznych rozwiązaniach pochodzących z początku XX w.



Rys. 4.33. Schemat statyczny ramy o węzłach: a) sztywnych, b) przegubowych

Zagadnieniem, które zostało wprowadzone do normy [54] jest uwzględnianie w projektowaniu rzeczywistego zachowania się węzłów konstrukcji. W klasycznej mechanice budowli węzły, czyli połączenia elementów konstrukcji (belek ze słupami, słupów z fundamentami, styki belek i słupów), modelowane są jako albo w pełni sztywne albo też jako w pełni przegubowe. W tradycyjnym projektowaniu konstrukcji stalowych, stosowanym do tej pory, wykorzystywano algorytm przedstawiony na rys. 4.34, w którym węzły sprawdzane są w ostatnim etapie procedury obliczeniowej.

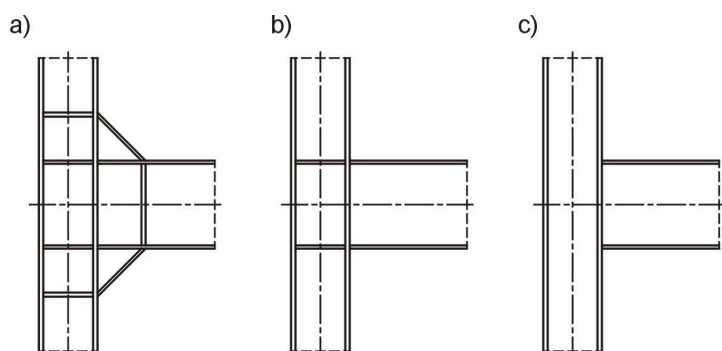


Rys. 4.34. Tradycyjny algorytm obliczania konstrukcji stalowych

Inżynierowie projektanci, opierając się na wiedzy i na intuicji, konstruowali węzły w taki sposób, aby zapewnić zgodność wykonanych konstrukcji z przyjętym schematem statycznym. Węzły łączące belkę ze słupem, ustalone w schemacie statycznym jako sztywne, konstruowano jako węzły spawane z zastosowaniem mocnych żeber usztywniających (rys. 4.33a). Z drugiej strony, aby węzłom przyjętym w obliczeniach jako przegubowe zapewnić swobodę obrotu, belki opierano na stolikach podpierających lub też konstruowano tzw. "przeguby techniczne". Belki mocowano do słupa z wykorzystaniem blach węzłowych lub kątowników, które łączone były ze środkiem belki śrubami zgrubnymi osadzonymi w odpowiednio powiększonych otworach (rys. 4.33b).

Sytuacja ta ulegała stopniowo zmianie wraz z rozwojem technologii wytwarzania konstrukcji stalowych i wprowadzaniem nowoczesnych łączników, materiałów i elementów. Zastosowanie w wytwórniach nowoczesnych linii do automatycznej, sterowanej numerycznie obróbki, w tym cięcia, wiercenia otworów, spawania itp., powodowało nacisk producentów na upraszczanie rozwiązań elementów i węzłów. Dążono do unikania rozwiązań z żebrami usztywniającymi, gdyż wymaga to ręcznego spawania tych żeber. Zaczęto upraszczać rozwiązania węzłów sztywnych, pomijając niektóre żebra lub nawet całkowicie je eliminując (rys. 4.35).

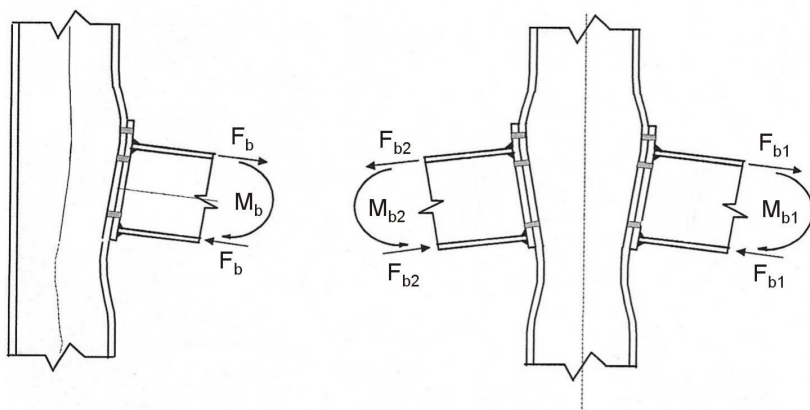
Rozwiązanie węzła pokazane na rys. 4.35c nie spełnia kryterium węzłów sztywnych, nie jest też węzłem przegubowym. Powoduje to konieczność uwzględnienia w obliczeniach statycznych rzeczywistych charakterystyk węzłów.



Rys. 4.35. Ewolucja rozwiązań węzłów „sztywnych”

Główne źródła odkształcalności węzłów, które wpływają na ich zachowanie się, to:

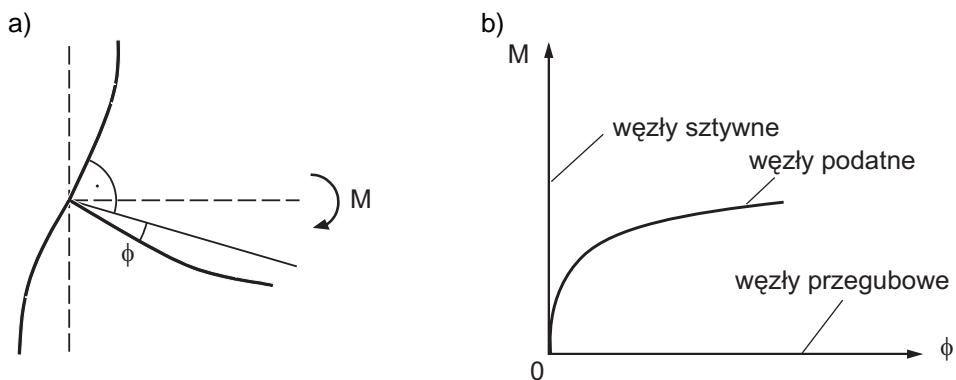
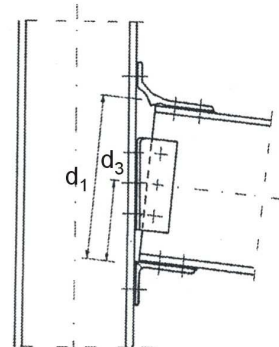
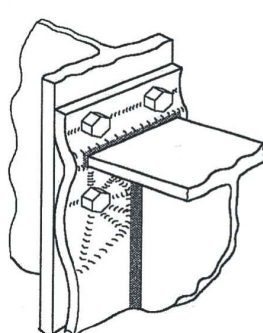
- odkształcenia panelu środka pod wpływem sił z pasów oraz ścinania (rys. 4.36),
- odkształcenia części składowych węzła i połączeń: śrub, nakładek, blach węzłowych, blach czołowych (rys. 4.37).



Rys. 4.36. Odkształcenia panelu środka

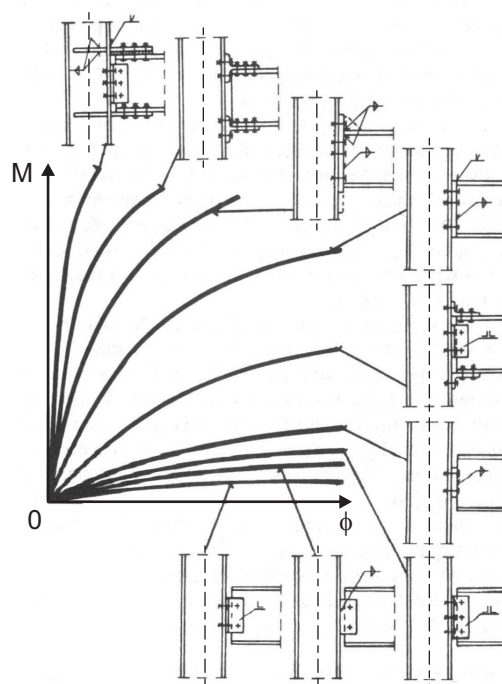
Zachowanie się węzłów konstrukcji stalowych opisuje charakterystyka giętna, czyli zależność $M-\phi$, gdzie: M – moment działający na węzeł, ϕ – przyrost kąta obrotu węzła (rys. 4.38a).

Rys. 4.37. Odkształcenia blachy czołowej i kątowników



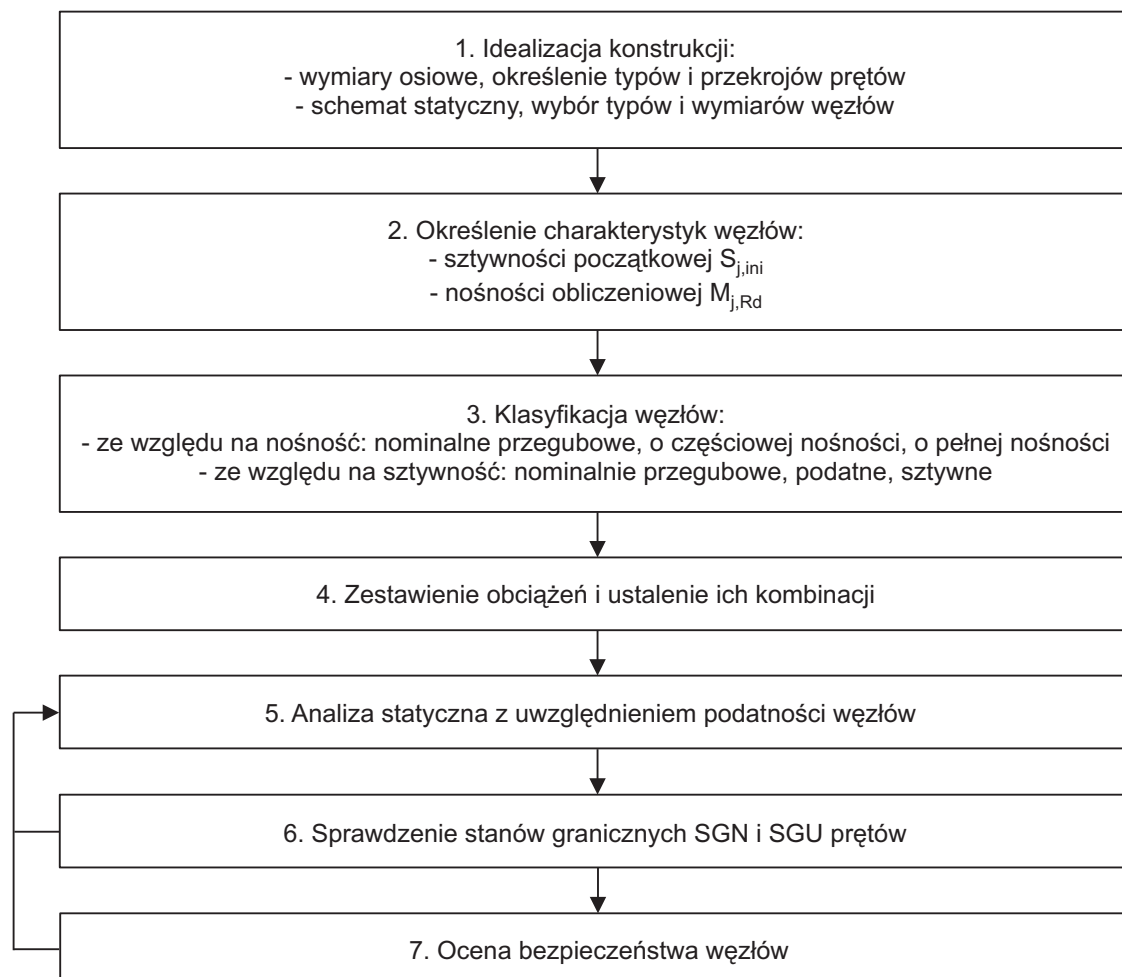
Rys. 4.38. Zachowanie się węzłów konstrukcji stalowych: a) model, b) charakterystyka węzła

Węzły sztywne reprezentowane są na rys. 4.38b przez oś rzędną, a węzły przegubowe przez oś odciętych. Większość węzłów konstrukcji stalowych wykazuje cechy węzłów podatnych. Ich zachowanie się opisuje krzywoliniowa charakterystyka leżąca między skrajnymi cechami (rys. 4.38b). Przykładowe wykresy $M-\phi$ typowych węzłów stalowych pokazano na rys. 4.39.



Rys. 4.39. Poglądowe wykresy charakterystyk węzłów o różnej sztywności (na podstawie pracy [2])

W nowym podejściu do projektowania, jaki zalecono w normie [54], węzły traktowane są jako wydzielone elementy, podobnie jak pręty. Powinny więc być wstępnie zdefiniowane na początku procesu obliczeniowego. Prowadzi to do procedury obliczeniowej pokazanej na rys. 4.40.



Rys. 4.40. Zmodernizowany algorytm obliczania konstrukcji stalowych

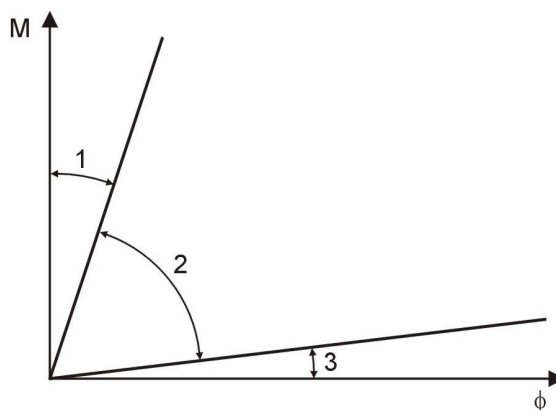
4.6.2. Klasyfikacja węzłów

W normie [54] wprowadzono rozróżnienie trzech modeli węzłów:

- prosty (przegubowy), gdy można przyjąć, że węzeł nie przenosi momentów zginających,
- o pełnej ciągłości, gdy można przyjąć, że zachowanie się węzła nie wpływa na wyniki analizy,
- o niepełnej ciągłości (odkształcalny), którego zachowanie się trzeba uwzględnić w obliczeniach statycznych.

Norma [54] zawiera także metodę klasyfikacji węzłów. Metoda klasyfikacji węzłów jest ściśle związana z przyjętą metodą globalnej analizy konstrukcji. W przypadku analizy w zakresie sprężystym (stosowanej powszechnie) węzły klasyfikowane są według ich sztywności. Rozróżnia się węzły: nominalnie przegubowe, podatne i sztywne. W przypadku zakwalifikowania węzła do kategorii nominalnie przegubowych lub sztywnych można stosować klasyczne metody mechaniki budowli, tzn. nie uwzględniać wpływu podatności węzłów w obliczeniach statycznych. Aby stwierdzić, do jakiej kategorii zaliczyć dany węzeł analizowanej konstrukcji, należy obliczyć jego

szttywność początkową $S_{j,ini}$, a następnie porównać ją z wartościami granicznymi (rys. 4.41). Granice tych obszarów podano w tabl. 4.1.



Rys. 4.41. Klasyfikacja węzłów ze względu na sztywność: 1 – węzły sztywne, 2 – węzły podatne, 3 – węzły nominalnie przegubowe

Tablica 4.1. System klasyfikacji węzłów

Kategoria węzła	Klasyfikacja węzłów ze względu na sztywność		
	ramy stężone (takie, w których układ stężający redukuje poziomy przechył rami co najmniej o 80%)	ramy niestężone (tylko jeżeli dla każdej kondygnacji spełniony jest warunek $K_b/K_c \geq 0,1$)	objaśnienia
Węzły sztywne	$S_{j,ini} \geq 8 \frac{EI_b}{L_b} \quad (4.18)$	$S_{j,ini} \geq 25 \frac{EI_b}{L_b} \quad (4.20)$	L_b, I_b – rozpiętość, moment bezwładności belki K_b – średnia wartość I_b/L_b wszystkich belek górnych rozpatrywanej kondygnacji K_c – średnia wartość I_c/L_c wszystkich słupów rozpatrywanej kondygnacji L_c, I_c – wysokość kondygnacji, moment bezwładności przekroju słupa
Węzły podatne	$0,5 \frac{EI_b}{L_b} < S_{j,ini} < 8 \frac{EI_b}{L_b} \quad (4.19)$	$0,5 \frac{EI_b}{L_b} < S_{j,ini} < 25 \frac{EI_b}{L_b} \quad (4.21)$	
Węzły nominalnie przegubowe	$S_{j,ini} \leq 0,5 \frac{EI_b}{L_b} \quad (4.22)$		
Kategoria węzła	Klasyfikacja węzłów ze względu na nośność		
Węzły o pełnej nośności	$M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd} \quad (4.23)$ lub $M_{j,Rd} \geq 2M_{c,pl,Rd} \quad (4.24)$	$M_{j,Rd}$ – nośność obliczeniowa węzła $M_{b,pl,Rd}$ – nośność plastyczna belki $M_{c,pl,Rd}$ – nośność plastyczna słupa	
Węzły o niepełnej nośności	węzły o nośności pośredniej między nominalnie przegubowymi a pełnonośnymi		
Węzły nominalnie przegubowe	nośność obliczeniowa węzła jest mniejsza niż 25% nośności węzła uznanego za węzeł o pełnej nośności		

Ze względu na nośność rozróżnia się: węzły o pełnej nośności, nominalnie przegubowe i o niepełnej nośności. Kryterium podziału podano w tabl. 4.1. Odpowiedni rodzaj modelu węzła

należy ustalać według tabl. 4.2, zależnie od klasyfikacji węzła i wybranej metody obliczeń statycznych.

Tablica 4.2. Modele węzłów w powiązaniu z metodami analizy konstrukcji

Metoda obliczeń statycznych	Klasyfikacja węzła		
Sprężysta	nominalnie przegubowy	szttywny	podatny
Szttywno-plastyczna	nominalnie przegubowy	o pełnej nośności	o niepełnej nośności
Sprężysto-plastyczna	nominalnie przegubowy	szttywny i o pełnej nośności	podatny i o niepełnej nośności podatny i o pełnej nośności szttywny i o niepełnej nośności
Rodzaj modelu węzła	prosty	o pełnej ciągłości	o niepełnej ciągłości

4.6.3. Obliczanie nośności i sztywności węzłów

Uwzględnienie w analizie konstrukcji rzeczywistego zachowania się węzłów wymaga znajomości ich charakterystyki podatnościowej. W odniesieniu do konstrukcji ramowych jest nią zależność $M-\phi$. Najlepszą metodą pozyskania tej charakterystyki są badania doświadczalne. Są one jednak drogie i czasochłonne. Na podstawie wykonanych badań doświadczalnych powstało wiele metod analitycznego prognozowania krzywej $M-\phi$ [11].

W normie [54] znalazła zastosowanie metoda składnikowa wywodząca się z modeli mechanicznych. Zastosowanie metody składnikowej polega na wyodrębnieniu z obszaru węzła poszczególnych jego części podstawowych (składników) i zastąpieniu ich równoważnymi układami mechanicznymi, najczęściej sprężynami. W metodzie składnikowej węzeł traktowany jest jako zestaw indywidualnych, podstawowych składników. Przykładowo w węźle doczołowym śrubowym można wyróżnić następujące składniki:

- w strefie ściskanej
 - środek słupa poddany ściskaniu,
 - pas i środek belki przy ściskaniu,
- w strefie rozciąganej
 - środek słupa przy rozciąganiu,
 - pasy słupa poddane zginaniu,
 - śruby przy rozciąganiu,
 - blacha czołowa poddana rozciąganiu,
 - środek belki przy rozciąganiu,
- w strefie ścinanej
 - panel środka słupa poddany ścinaniu.

Szczegółowe zasady obliczania nośności poszczególnych części podstawowych węzłów, jak i całkowitej nośności obliczeniowej węzłów podano w pkt 6.2 normy [54].

Sztywność węzłów określa się z wykorzystaniem modeli sprężynowych. Przykładowy model do określania sztywności węzłów spawanych pokazano na rys. 4.42.

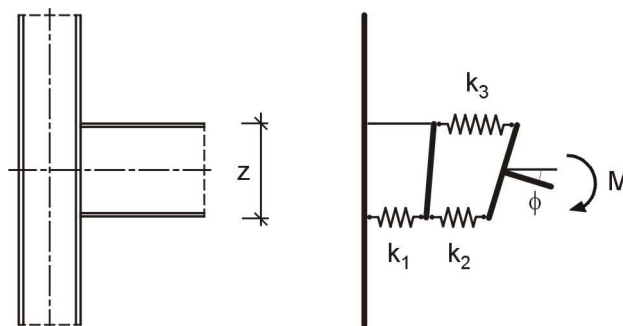
Moment obciążający węzeł wynosi:

$$M_j = Fz \quad (4.25)$$

Kąt obrotu węzła określa się ze wzoru:

$$\phi = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3}{z} \quad (4.26)$$

Rys. 4.42. Sprężynowy model węzła spawanego do określania sztywności węzła: k_1 , k_2 , k_3 – odpowiednio współczynniki sztywności panelu środnika na ścinanie, ściskanie i rozciąganie



Sztywność początkową węzła oblicza się jako:

$$S_{j,ini} = \frac{M_j}{\phi_j} = \frac{Fz}{\frac{\sum \Delta_i}{z}} = \frac{Fz^2}{\frac{F}{E} \sum \frac{1}{k_i}} = \frac{Ez^2}{\sum \frac{1}{k_i}} \quad (4.27)$$

gdzie: F – siła w pasie belki,

Δ_i – odkształcenia składnika węzła (Δ_1 – panelu środnika przy ścinaniu, Δ_2 – panelu środnika przy ściskaniu, Δ_3 – panelu środnika przy rozciąganiu).

Obliczanie współczynników sztywności k_i oraz zasady obliczania sztywności początkowej węzłów spawanych i śrubowych podano w pkt 6.3 normy [54]. Przedstawiono je szczegółowo w rozdz. 9. Na podstawie procedur podanych w pkt 6.2 i 6.3 normy [54] opracowano program komputerowy CRSJAE [33], pozwalający obliczać nośność obliczeniową i sztywność początkową węzłów konstrukcji stalowych. Za pomocą tego programu opracowano wzory uproszczone do wstępnego oszacowania parametrów podatnościowych węzłów. Zestawiono je w tabl. 4.3.

Tablica 4.3. Wzory do obliczania nośności i sztywności początkowej węzłów stalowych

Rodzaj połączenia	Wzory do obliczania nośności obliczeniowej $M_{j,Rd}$ [kN·m]	Wzory do obliczania sztywności początkowej $S_{j,ini}$ [kN·m/rad]
1	2	3
Połączenie spawane dwustronne nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 8,2 \cdot 10^{-7} h_c^{0,9} h_b^{2,3} + 20$	$S_{j,ini} = 0,39 h_c^{-0,06} h_b^{2,2} + 2293$
Połączenie spawane jednostronne nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 6,5 \cdot 10^{-7} h_c^{1,2} h_b^{2,04} + 18$	$S_{j,ini} = 0,0251 h_c^{0,82} h_b^{1,7} + 2765$
Połączenie spawane uźebrowane	$M_{j,Rd} = 2,5 \cdot 10^{-4} h_b^{2,3} - 12$	$S_{j,ini} = \infty$
Połączenie śrubowe z blachą wystającą dwustronne nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 4,8 \cdot 10^{-4} h_c^{0,24} h_b^{1,31} t_p^{0,32} d^{0,9} - 21$	$S_{j,ini} = 0,44 h_c^{-0,22} h_b^{2,10} t_p^{0,5} d^{-0,1} - 4896$

Połączenie śrubowe z blachą wystającą jednostronnie nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 0,000074 h_c^{0,62} h_b^{1,2} t_p^{0,4} d^{0,85}$	$S_{j,ini} = 1,5 h_c^{0,44} h_b^{1,2} t_p^{0,35} d^{0,005} - 19211$
Połączenie śrubowe z blachą wystającą uźebrowane	$M_{j,Rd} = 5 \cdot 10^{-5} h_c^{0,16} h_b^{1,6} t_p^{0,36} d^{1,1}$	$S_{j,ini} = 0,0563 h_c^{-0,54} h_b^{2,49} t_p^{0,99} d^{0,09} + 12714$

Tablica 4.3 (cd.)

1	2	3
Połączenie śrubowe z blachą wpuszczoną dwustronnie nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 1,4 \cdot 10^{-5} h_c^{0,09} h_b^{1,7} t_p^{0,63} d^{1,1} + 7$	$S_{j,ini} = 0,13 h_c^{-0,32} h_b^{2,3} t_p^{0,51} d^{-0,13} - 6261$
Połączenie śrubowe z blachą wpuszczoną jednostronnie nieuźebrowane	$M_{j,Rd} = 4,6 \cdot 10^{-5} h_c^{0,35} h_b^{1,5} t_p^{0,49} d^{0,81} - 11$	$S_{j,ini} = 0,012 h_c^{-0,38} h_b^{2,6} t_p^{0,6} d^{-0,03} + 1074$
Połączenie śrubowe z blachą wpuszczoną uźebrowane	$M_{j,Rd} = 3,4 \cdot 10^{-5} h_c^{-0,05} h_b^{1,77} t_p^{0,63} d^{0,98}$	$S_{j,ini} = 0,0355 h_c^{-0,4} h_b^{2,5} t_p^{0,75} d^{0,042} - 5377$

We wzorach zamieszczonych w tabl. 4.3 symbole mają następujące znaczenie:

h_c – wysokość przekroju słupa [mm],

h_b – wysokość przekroju belki stalowej [mm],

t_p – grubość blachy czołowej [mm],

d – średnica śrub [mm].

4.6.4. Zastosowanie modeli węzłów w obliczeniach statycznych

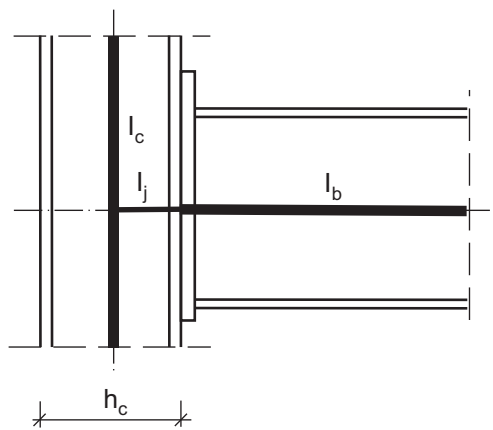
Obliczenia statyczne ram z węzłami podatnymi w „inżynierskim”, uproszczonym ujęciu można prowadzić na dwa sposoby.

1. Jeśli stosuje się konwencjonalne programy komputerowe, to modelowanie węzłów podatnych wykonuje się za pomocą zastępczych odcinków przywęzłowych o długości równej połowie wysokości przekroju słupa i zastępczym momencie bezwładności I_j (rys. 4.43):

$$I_j = \frac{S_{j,s} h_c}{2E} \quad (4.28)$$

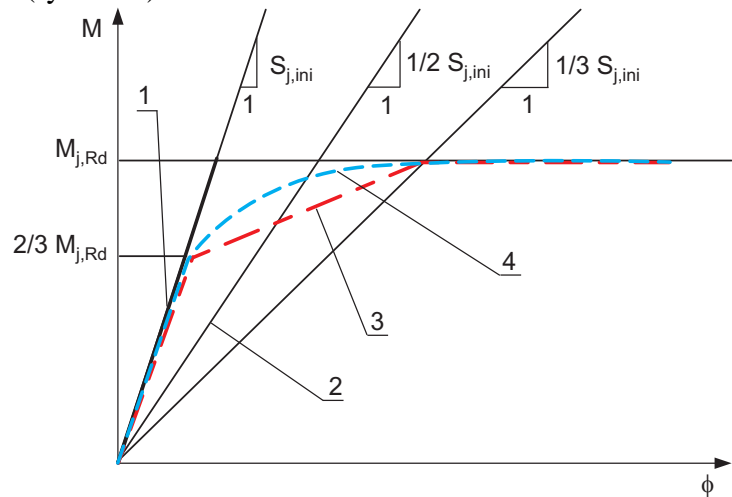
gdzie: $S_{j,s}$ – sieczna sztywność węzła, którą można przyjmować jako $\frac{S_{j,ini}}{2}$,

h_c – wysokość przekroju poprzecznego słupa.



Rys. 4.43. Uproszczony model węzła podatnego: I_c – moment bezwładności przekroju poprzecznego słupa, I_b – moment bezwładności przekroju poprzecznego ryglu

2. Jeżeli stosuje się zaawansowane programy komputerowe, to modelowanie węzłów wykonuje się z zastosowaniem charakterystyk nieliniowych. W normie [54] podano sposób modelowania węzłów do celów analizy obliczeniowej ram (rys. 4.44).



Rys. 4.44. Modelowanie węzłów według normy [54]

Możliwe jest modelowanie liniowe stosowane w analizie sprężystej i wtedy:

- gdy moment w węźle $M_{j,Ed}$ nie przekracza $2/3$ jego nośności obliczeniowej $M_{j,Rd}$, przyjmuje się w analizie sztywność liniową równą sztywności początkowej $S_{j,ini}$ (linia nr 1),
- gdy $M_{j,Ed} > 2/3 M_{j,Rd}$, wówczas przyjmuje się: $S_{j,ini}/\eta$ (linia nr 2), gdzie $\eta = 2$ dla połączeń belki ze słupem.

W przypadku analizy sprężysto-plastycznej norma [54] zaleca modele dwuodcinkowe, przy czym pierwszy odcinek opisany jest prostą o nachyleniu $S_{j,ini}/\eta$ (linia nr 2), drugi zaś odpowiada linii poziomej na poziomie nośności obliczeniowej węzła $M_{j,Rd}$. Można też stosować modele trójodcinkowe (linia nr 3) lub model linowo-krzywoliniowy (linia nr 4), w którym krzywa między $2/3 M_{j,Rd}$ a $M_{j,Rd}$ jest opisana równaniem:

$$S_{j,ini}/\mu \quad (4.29)$$

gdzie:

$$\mu = \left(\frac{1,5 M_{j,Ed}}{M_{j,Rd}} \right)^\psi \quad (4.30)$$

W przypadku węzłów śrubowych doczołowych i spawanych $\psi = 2,7$, w przypadku węzłów z kątownikami pasowymi $\psi = 3,1$.

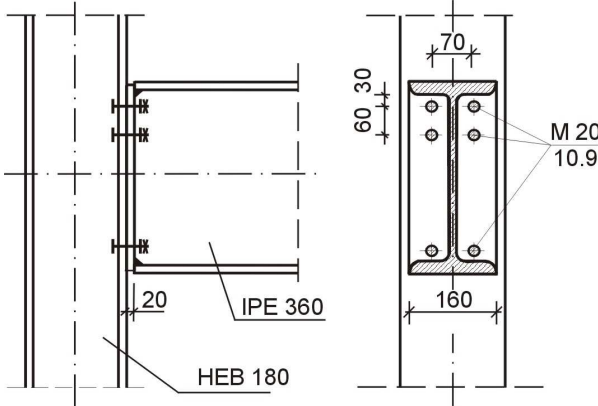
Niedogodność przedstawionych modeli normy [54] wynika z konieczności składania i łączenia odcinków krzywej $M-\phi$, co powoduje trudności w modelowaniu komputerowym. Dlatego w praktyce zaleca się korzystanie z dostępnych ciągłych modeli węzłów. Często wykorzystuje się model potęgowy Chena w postaci:

$$M = \frac{S_{j,ini}\phi}{\left\{ 1 + \left(\frac{S_{j,ini}\phi}{M_{j,Rd}} \right)^n \right\}^{\frac{1}{n}}} \quad (4.31)$$

W odniesieniu do węzłów doczołowych ram stalowych można przyjmować wartość współczynnika dopasowania n równą 1,5.

W obliczeniach statycznych wykorzystuje się programy komputerowe, posiadające możliwości wprowadzania nieliniowych modeli węzłów w połączeniach. Przykładowo, program ROBOT [58] ma opcję „węzły kompatybilne”, w której wprowadza się model nieliniowy za pomocą funkcji analitycznej lub szeregu par współrzędnych $M-\phi$.

Przykład 4.12

Oszacowanie nośności obliczeniowej i sztywności początkowej węzłów zewnętrznych ramy oraz klasyfikacja węzłów ze względu na nośność i sztywność	Odniesienie w normie	Odniesienie w skrypcie
1	2	3
<p>W ramie z przykładu 4.10 przyjęto węzeł o następujących parametrach (rys. 4.45):</p> <ul style="list-style-type: none"> – rodzaj węzła: śrubowy węzeł doczołowy z blachą wpuszczoną, – belka IPE 360: $h_b = 360$ mm, $I_b = 16270 \cdot 10^4$ mm⁴, $W_{pl,y} = 620 \cdot 10^3$ mm³, $L_b = 6000$ mm, – słup HEB 180: $h_c = 180$ mm, $I_c = 3830 \cdot 10^4$ mm⁴, $W_{pl,y} = 482 \cdot 10^3$ mm³, $L_c = h = 3600$ mm, – grubość blachy czołowej: $t_p = 20$ mm, – śruby: M20, – stal S235; $t_{max} = t_p = 20$ mm < 40 mm $\rightarrow f_y = 235$ N/mm²  <p style="text-align: center;">Rys. 4.45. Analizowany węzeł</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Określenie nośności obliczeniowej węzła</p> $M_{j,Rd} = 4,6 \cdot 10^{-5} h_c^{0,35} h_b^{1,5} t_p^{0,49} d^{0,81} - 11 =$	<p style="text-align: center;">tabl. 3.1 normy [51]</p>	<p style="text-align: center;">tabl. 4.3</p>

$$= 4,6 \cdot 10^{-5} \cdot 180^{0,35} \cdot 360^{1,5} \cdot 20^{0,49} \cdot 20^{0,81} - 11 = 84 \text{ kNm.}$$

* * *

Sztywność początkowa węzła

$$\begin{aligned} S_{j,\text{ini}} &= 0,012 h_c^{-0,38} h_b^{2,6} t_p^{0,6} d^{-0,03} + 1074 = \\ &= 0,012 \cdot 180^{-0,38} \cdot 360^{2,6} \cdot 20^{0,6} \cdot 20^{-0,03} + 1074 = \\ &= 41800 \text{ kNm/rad} \end{aligned}$$

tabl. 4.3

Przykład 4.12 (cd.)

1	2	3
<p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Klasyfikacja ze względu na nośność węzła</p> <ul style="list-style-type: none"> Nośność plastyczna belki $M_{b,\text{pl,Rd}} = \frac{W_{\text{pl,y}} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{620 \cdot 10^3 \cdot 235}{1,0} = 1457 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm} = 145,7 \text{ kNm}$ <ul style="list-style-type: none"> Nośność plastyczna słupa $M_{c,\text{pl,Rd}} = \frac{W_{\text{pl,y}} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{482 \cdot 10^3 \cdot 235}{1,0} = 1133 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm} = 113,3 \text{ kNm}$ $M_{j,\text{Rd}} = 84 \text{ kNm} < M_{b,\text{pl,Rd}} = 145,7 \text{ kNm} < 2 M_{c,\text{pl,Rd}} = 2 \cdot 113,3 = 226,6 \text{ kNm}$ <p>Węzeł, ze względu na nośność, jest zakwalifikowany jako węzeł o niepełnej nośności.</p> <p style="text-align: center;">* * *</p> <p>Klasyfikacja ze względu na sztywność węzła</p> $\frac{EI_b}{L_b} = \frac{210000 \cdot 16270 \cdot 10^4}{6000} = 5695 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 5695 \text{ kNm}$ $K_b = \frac{1}{3} \left(2 \frac{16270 \cdot 10^4}{6000} + \frac{16270 \cdot 10^4}{3000} \right) = 36156 \text{ mm}^3$ $K_c = \frac{I_c}{L_c} = \frac{3830 \cdot 10^4}{3600} = 10639 \text{ mm}^3$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <ul style="list-style-type: none"> $\frac{K_b}{K_c} = \frac{36156}{10639} = 3,4 > 0,1$ rama niestężona </div> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">}</div> <div> <p>wartość graniczna węzłów sztywnych</p> $\frac{25EI_b}{L_b}$ </div> </div>	<p style="text-align: center;">pkt 5.2.3.3 (2) normy [54]</p>	<p style="text-align: center;">wzory (4.23), (4.24)</p>

$0,5 \frac{EI_b}{L_b} = 0,5 \cdot 5695 = 2848 \text{ kNm/rad} < S_{j,ini} = 41800 \text{ kNm/rad},$ $S_{j,ini} < 25 \frac{EI_b}{L_b} = 25 \cdot 5695 = 142375 \text{ kNm/rad}$ <p>Węzeł, ze względu na sztywność, jest zakwalifikowany jako podatny. Węzeł należy zaliczyć do kategorii węzłów podatnych o niepełnej nośności.</p>	<p>pkt 5.2.2.5(1) normy [54]</p>	<p>wzór (4.22)</p> <p>wzór (4.20)</p>
--	--	---------------------------------------