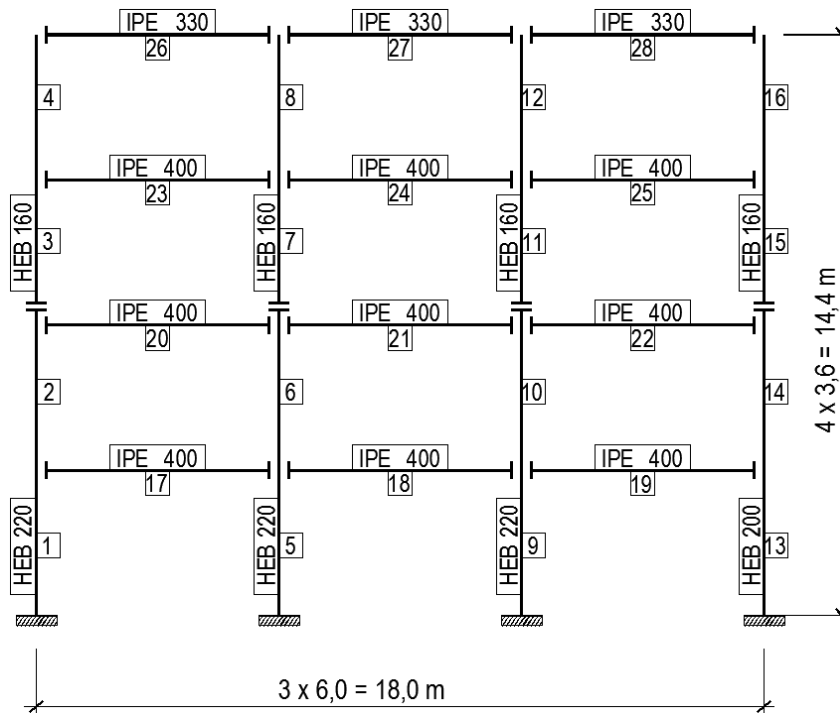


1. Schemat analizowanej ramy

Analizy wpływu imperfekcji globalnych oraz lokalnych, a także efektów drugiego rzędu na wartości sił przekrojowych dokonano w odniesieniu do układu nośnego przedstawionego na rys. 1.



Rys. 1. Schemat statyczny głównego układu poprzecznego z podziałem na elementy wysyłkowe i ponumerowanymi prętami

Rozpiętość rygla: $L = 6,0\text{ m}$,

Wysokość kondygnacji: $h_k = 3,6\text{ m}$,

Rozstaw układów nośnych: $a = 6,0\text{ m}$.

2. Oddziaływania oraz kombinacje obciążeń

Odpowiednie imperfekcje oraz efekty II rzędu należy wyznaczyć w odniesieniu do kombinacji, w przypadku których przyjęto przekroje prętów głównego układu nośnego.

Przekroje prętów głównego układu poprzecznego przyjęto na podstawie kombinacji obciążeń:

Rygle R1: $1,35 \cdot 0,85 \cdot G + 1,5 \cdot (Q3 + Q4) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot (W_{e1})$,

Rygle R2: $1,35 \cdot G + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (Q1) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot (W_{e2})$,

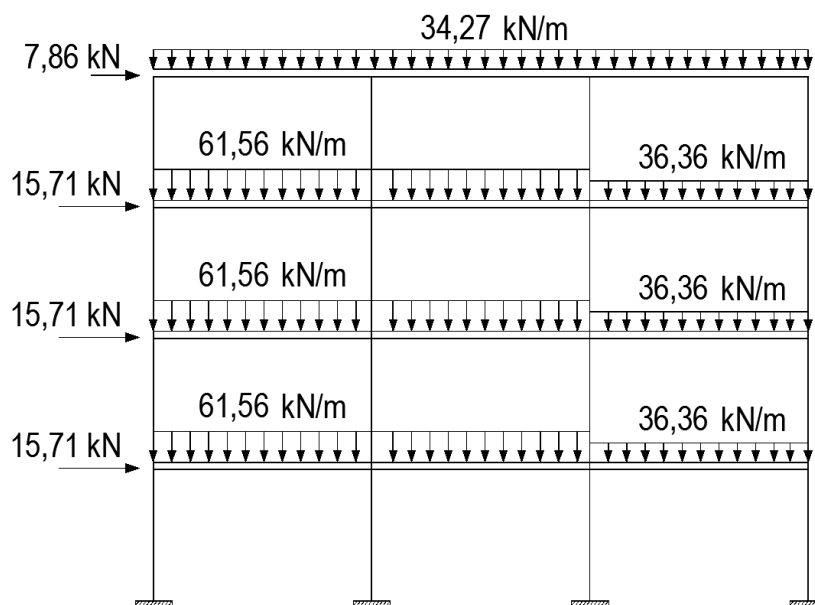
Słupy S1: $1,35 \cdot 0,85 \cdot G + 1,5 \cdot (W_{e1}) + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (Q3 + Q4) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1$,

Słupy S2: $1,35 \cdot G + 1,5 \cdot 0,7 \cdot (Q3' + Q4) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot (W_{e1})$.

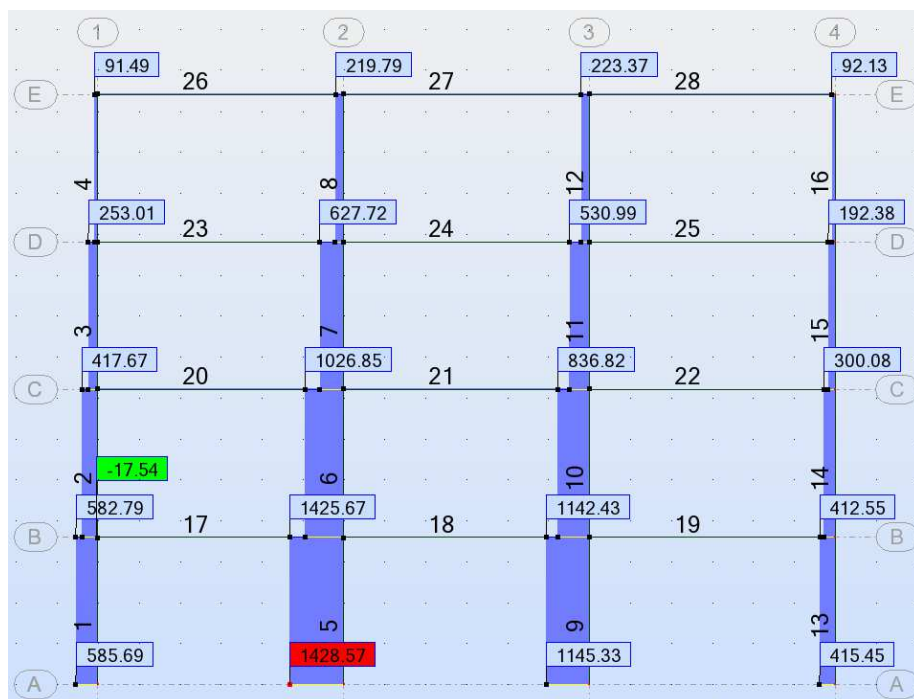
W przykładzie obliczeniowym, imperfekcje lokalne oraz globalne wyznaczono dla kombinacji wziętej do wymiarowania rygli R1:

$1,35 \cdot 0,85 \cdot G + 1,5 \cdot (Q3 + Q4) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot (W_{e1})$,

Pominięto ssanie wiatru na połaci dachowej.



Rys. 2. Obliczeniowe wartości obciążeń w przypadku kombinacji obciążeń wziętej do wymiarowania rygli R1: $1,35 \cdot 0,85 \cdot G + 1,5 \cdot (Q3+Q4) + 1,5 \cdot 0,5 \cdot S1 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot (W_{e1})$



Rys. 3. Wykres sił podłużnych w głównym układzie poprzecznym

3. Wyznaczenie imperfekcji globalnych

Sprawdzenie konieczności uwzględnienia imperfekcji przechyłowych:

- sumaryczna obliczeniowa reakcja pionowa u dołu kondygnacji

$$V_{Ed} = \sum N_i = 585,69 + 1428,57 + 1145,33 + 415,45 = 3575,04 \text{ kN},$$

- obliczeniowa reakcja pozioma u dołu kondygnacji na obciążenia poziome:

$$H_{Ed} = 7,86 + 3 \cdot 15,71 = 54,99 \text{ kN},$$

$$H_{Ed} = 54,99 \text{ kN} < 0,15 \cdot V_{Ed} = 0,15 \cdot 3575,04 = 536,26 \text{ kN}.$$

Imperfekcje przechyłowe muszą być uwzględnione w obliczeniach statycznych ramy.

* * *

Wstępna imperfekcja przechyłowa:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m,$$

$$\phi_0 = \frac{1}{200}, \quad \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{14,4}} = 0,53, \quad \text{lecz } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0, \quad \text{stąd } \alpha_h = \frac{2}{3}.$$

Liczna słupów, które należy uwzględnić przy określaniu imperfekcji przechyłowej:

- średnia siła podłużna w słupie najniższej kondygnacji:

$$N_{sr} = \frac{\sum N_i}{4} = \frac{585,69 + 1428,57 + 1145,33 + 415,45}{4} = 893,76 kN,$$

- siła podłużna w najmniej wyężonym słupie dolnej kondygnacji wynosi:
415,45 kN,

$$N_{Ed} = 415,45 kN < 0,5 N_{sr} = 0,5 \cdot 893,76 = 446,88 kN,$$

Liczna słupów w rzędzie, które przenoszą obciążenie N_{Ed} nie mniejsze niż 50 % przeciętnego obciążenia słupa w rozpatrywanej płaszczyźnie: $m = 3$.

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 0,816,$$

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,816 = 2,72 \cdot 10^{-3}.$$

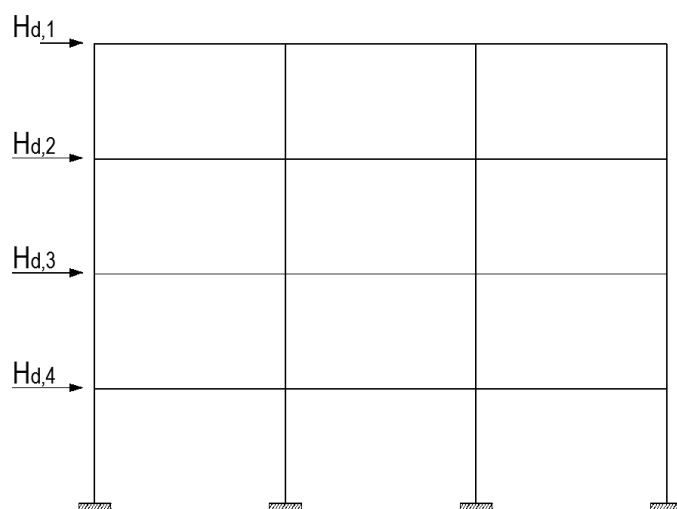
Siły imperfekcji poszczególnych kondygnacji wynoszą:

$$H_{d,1} = \phi \cdot V_{Ed,1} = 2,72 \cdot 10^{-3} \cdot 34,27 \cdot (6 + 6 + 6) = 1,68 kN,$$

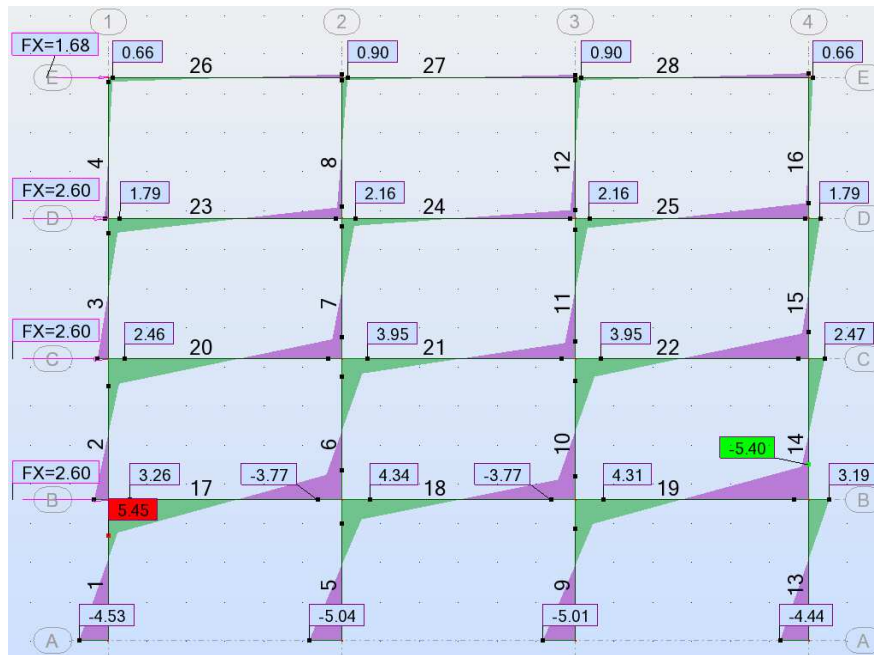
$$H_{d,2} = \phi \cdot V_{Ed,2} = 2,72 \cdot 10^{-3} \cdot (61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6) = 2,6 kN,$$

$$H_{d,3} = \phi \cdot V_{Ed,3} = 2,72 \cdot 10^{-3} \cdot (61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6) = 2,6 kN,$$

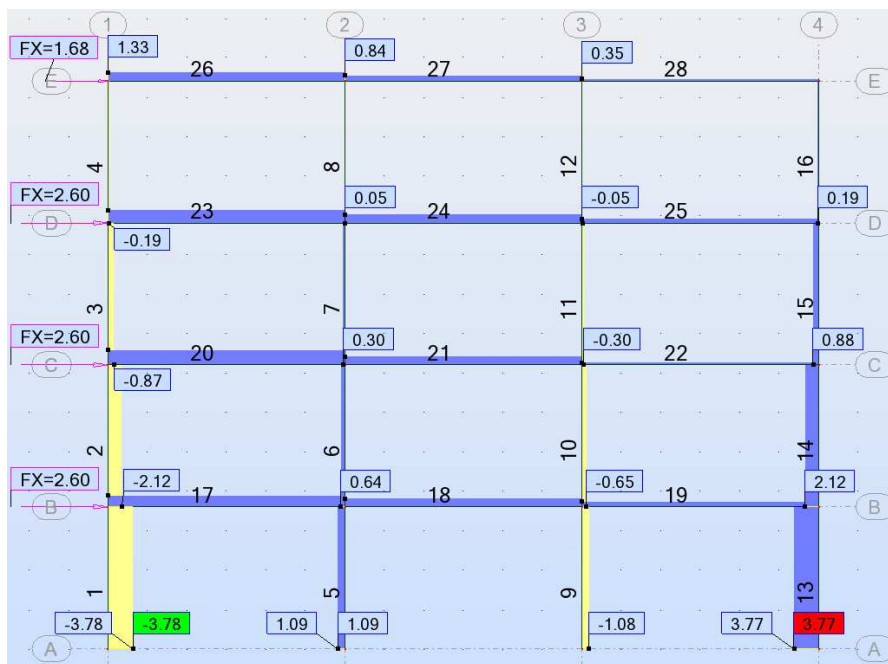
$$H_{d,4} = \phi \cdot V_{Ed,4} = 2,72 \cdot 10^{-3} \cdot (61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6) = 2,6 kN.$$



Rys. 4. Zastępcze obciążenie poziome $H_{d,i}$ od imperfekcji przechyłowej słupów



Rys. 5. Wykres momentów zginających wynikających z oddziaływania poziomych sił od globalnych imperfekcji przechyłowych



Rys. 6. Wykres sił podłużnych wynikających z oddziaływania poziomych sił od globalnych imperfekcji przechyłowych

4. Imperfekcje lokalne

Warunki konieczności uwzględniania imperfekcji lokalnych w obliczeniach statycznych:

- przynajmniej jeden węzeł przenosi moment zginający - warunek spełniony,

$$\bullet \bar{\lambda} > 0,5 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \text{ lub } N_{Ed} > 0,25 \cdot N_{cr}.$$

Siła krytyczna wyboczenia, przy założeniu przegubowego podparcia końców słupa HEB 220:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{l_y^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \cdot 8090 \cdot 10^4}{3600^2} = 12938 \cdot 10^3 \text{ N} = 12938 \text{ kN}.$$

Największa siła podłużna w słupie dolnej kondygnacji wynosi 1428,57 kN,

$$N_{\max} = 1428,57 < 0,25 \cdot 12938 = 3234,5 \text{ kN},$$

więc lokalne imperfekcje nie muszą być uwzględnione w dalszych obliczeniach statycznych ramy.

* * *

W celu zilustrowania metody normy PN-EN 1993-1-1, przedstawiono dalej obliczenia imperfekcji lokalnych.

Słup S1 → HEB 220 → wyboczenie względem osi y → krzywa wyboczenia "b",

Słup S2 → HEB 160 → wyboczenie względem osi y → krzywa wyboczenia "b",

zatem:

$$\frac{e_0}{L} = \frac{1}{250}, \text{ stąd zastępcze obciążenie ciągłe słupów:}$$

$$q_{l,i} = \frac{8 \cdot N_{Ed,i} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot N_{Ed,i}}{250L} = \frac{N_{Ed,i}}{112,5}.$$

Dodatkowo w węzłach należy przyłożyć reakcje równoważące zastępcze obciążenie poziome:

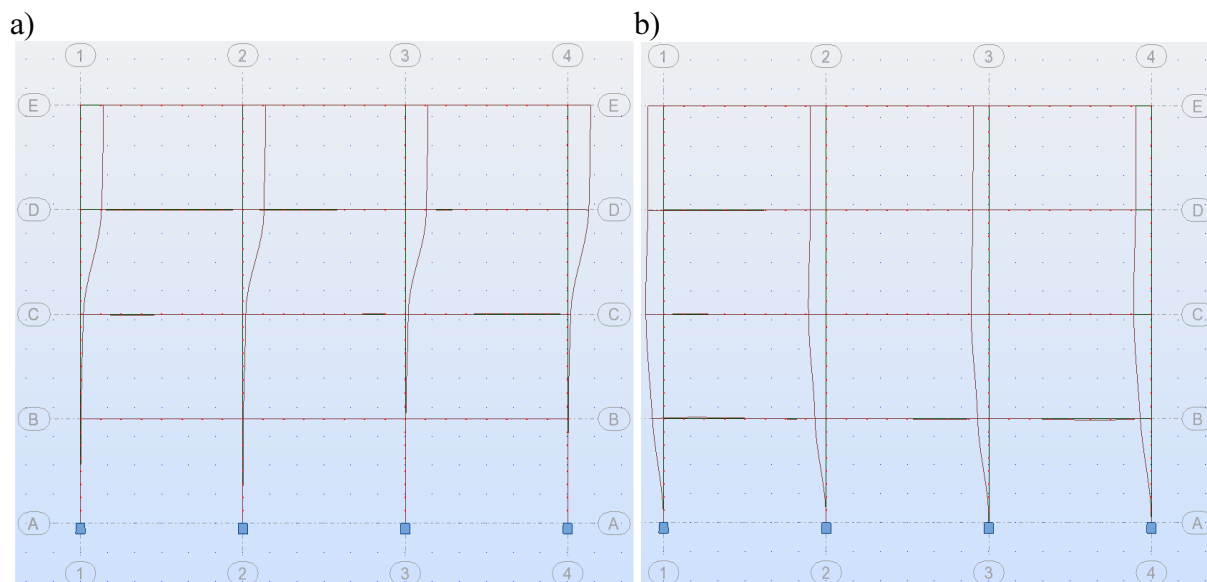
$$R_i = \frac{4 \cdot N_{Ed,i} \cdot e_0}{L} = \frac{N_{Ed,i}}{62,5}.$$

Wartości obciążenia od imperfekcji lokalnych

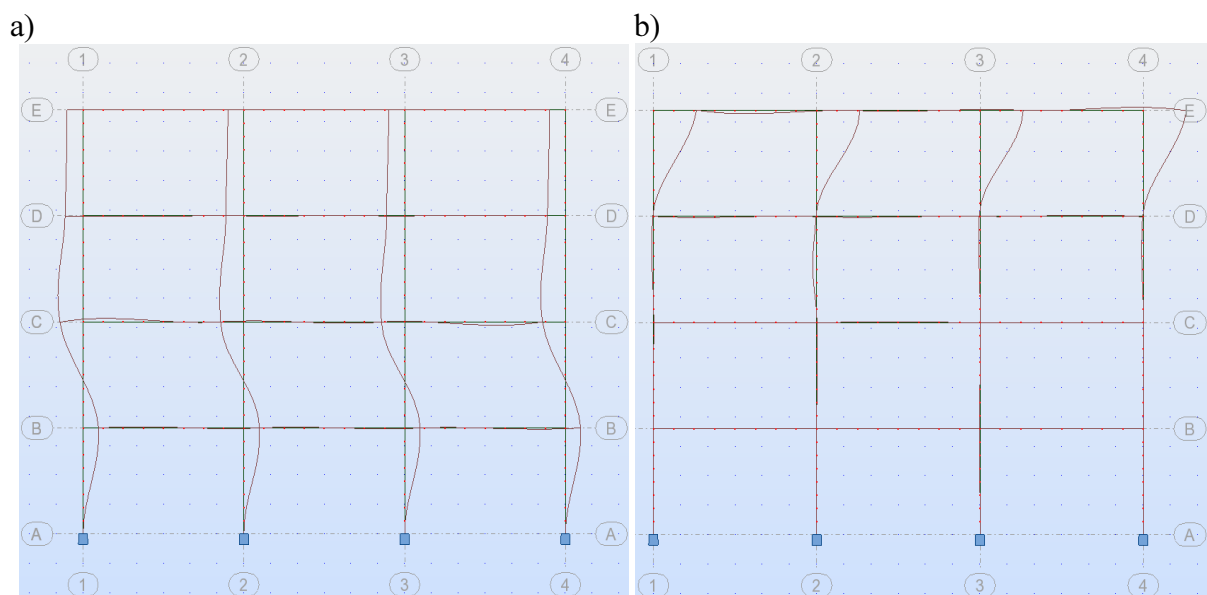
Słup	$N_{Ed,i}$	$q_{l,i}$	R_i
nr pręta	[kN]	[kN/m]	[kN]
1	585,69	5,21	9,37
2	420,57	3,74	6,73
3	254,74	2,26	4,08
4	93,22	0,83	1,49
5	1428,57	12,70	22,86
6	1029,75	9,15	16,48
7	629,45	5,60	10,07
8	221,52	1,97	3,54
9	1145,33	10,18	18,33
10	839,72	7,46	13,44
11	532,72	4,74	8,52
12	225,10	2,00	3,60
13	415,45	3,69	6,65
14	302,99	2,69	4,85
15	194,12	1,73	3,11
16	93,86	0,83	1,50

* * *

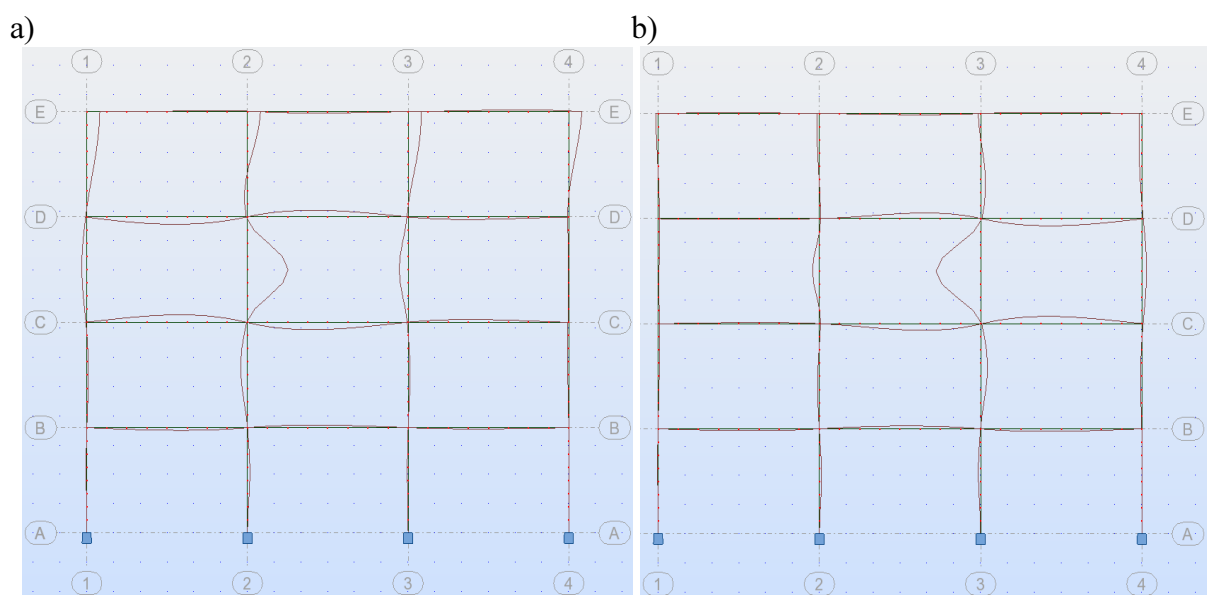
W normie PN-EN 1993-1-1 nie sprecyzowano metody przykładania obciążeń od imperfekcji na poszczególne słupy. Podano jedynie zalecenie, aby odkształcenia ramy od obciążeń imperfekcji były zgodne z odkształconą formą ramy, określoną na podstawie formy wyboczenia sprężystego układu w rozpatrywanej płaszczyźnie, przy założeniu węzłów przesuwnych.



Rys. 7. Postaci wyboczeniowe w przypadku analizowanej kombinacji obciążeń: a) pierwsza, $\alpha_{cr,1} = 8,86$ oraz b) druga, $\alpha_{cr,2} = 11,90$



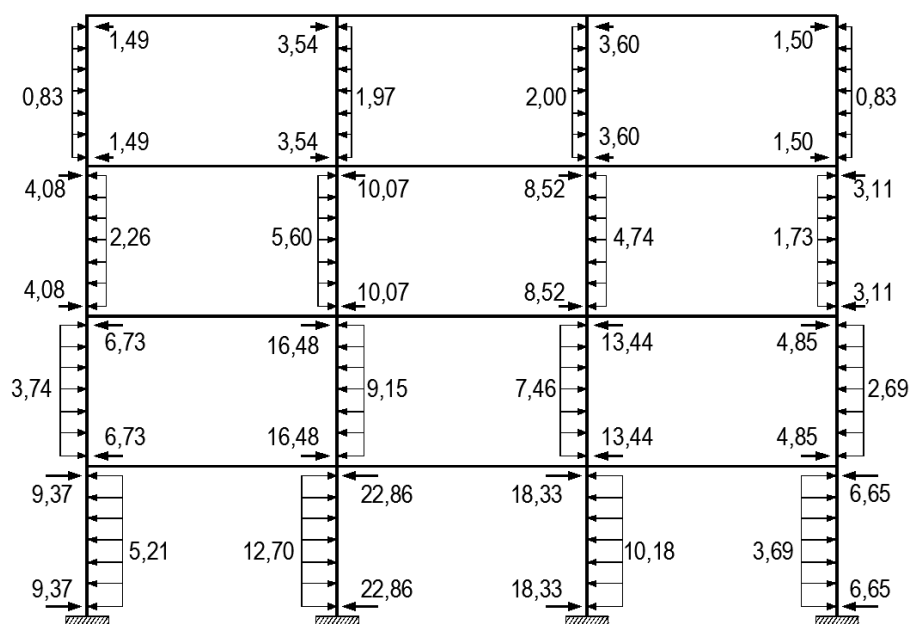
Rys. 8. Postaci wyboczeniowe w przypadku analizowanej kombinacji obciążeń: a) trzecia, $\alpha_{cr,1} = 16,28$ oraz b) czwarta, $\alpha_{cr,4} = 21,74$



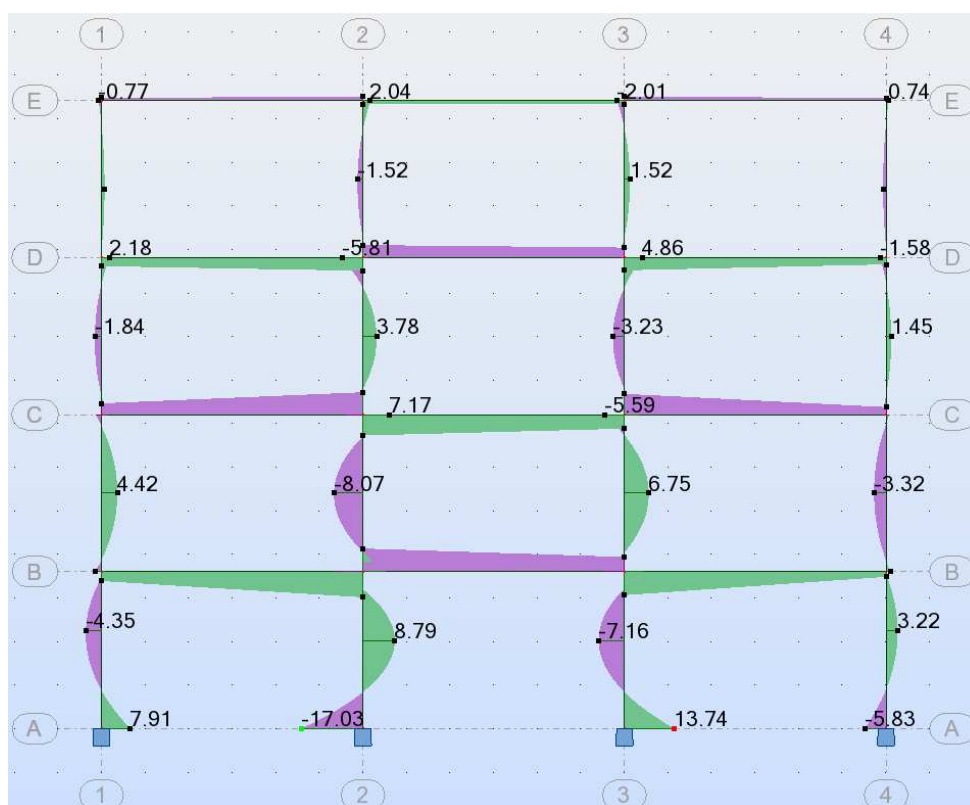
Rys. 9. Postaci wyboczeniowe w przypadku analizowanej kombinacji obciążeń: a) piąta, $\alpha_{cr,1} = 22,73$ oraz b) szósta, $\alpha_{cr,4} = 27,09$

Poniżej podano przykładowy sposób przyłożenia obciążeń od imperfekcji lokalnych do słupów ramy. Obciążeniu ciągłemu na wysokości słupów towarzyszą siły reakcji na końcach poszczególnych słupów.

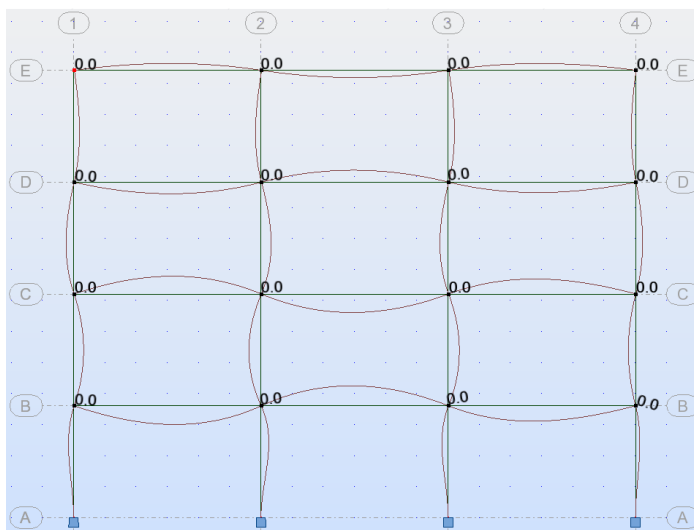
W obliczeniach statycznych obciążenia od imperfekcji powinny być uwzględnione w kombinacjach obciążeń.



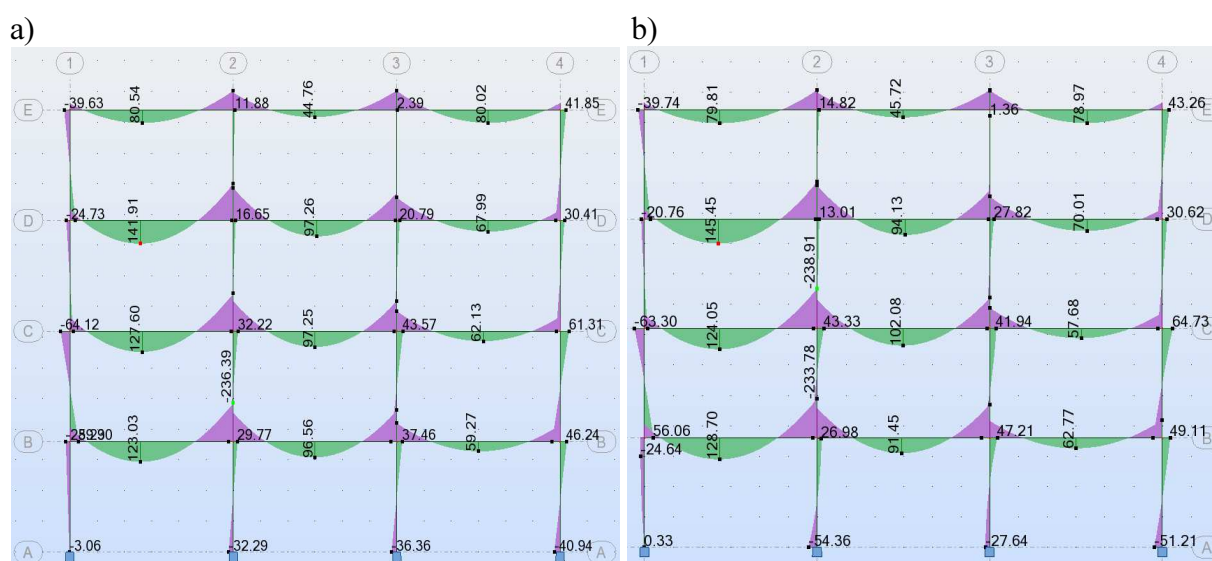
Rys. 10. Przykładowy rozkład obciążeń od imperfekcji lokalnych



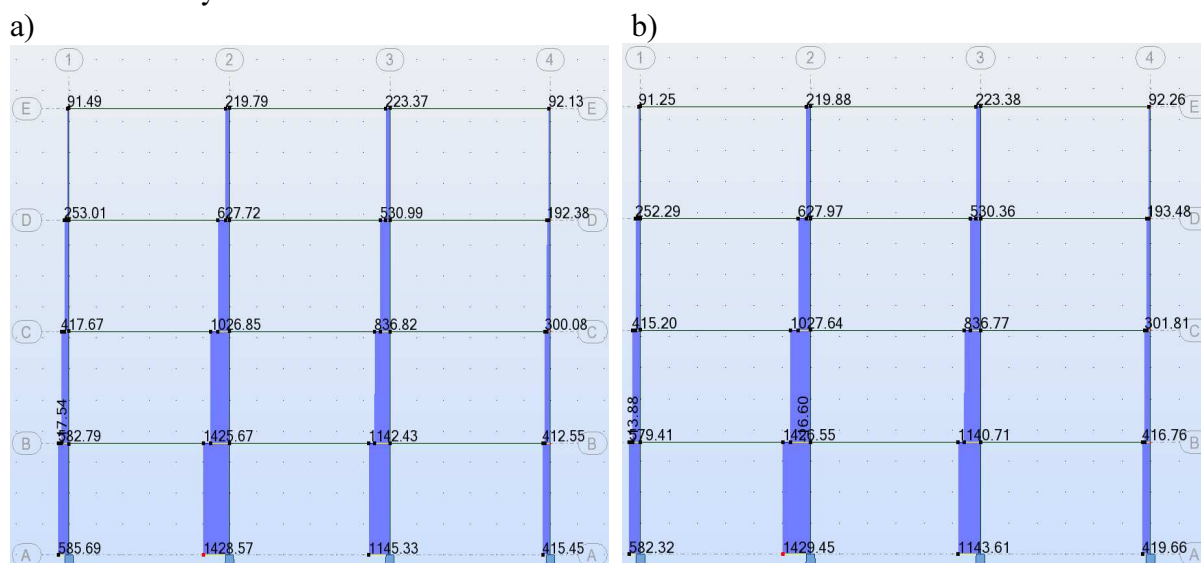
Rys. 11. Wykres momentów zginających wynikających z oddziaływania sił od imperfekcji lokalnych



Rys. 12. Deformacja konstrukcji wynikająca z oddziaływania sił od imperfekcji lokalnych



Rys. 13. Porównanie wykresów momentów zginających w przypadku: a) wyjściowej kombinacji obciążeń, b) uwzględnienia obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych i lokalnych



Rys. 14. Porównanie wykresów sił podłużnych w przypadku: a) wyjściowej kombinacji obciążeń, b) uwzględnienia obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych i lokalnych

5. Określenie wrażliwości ramy na efekty II rzędu

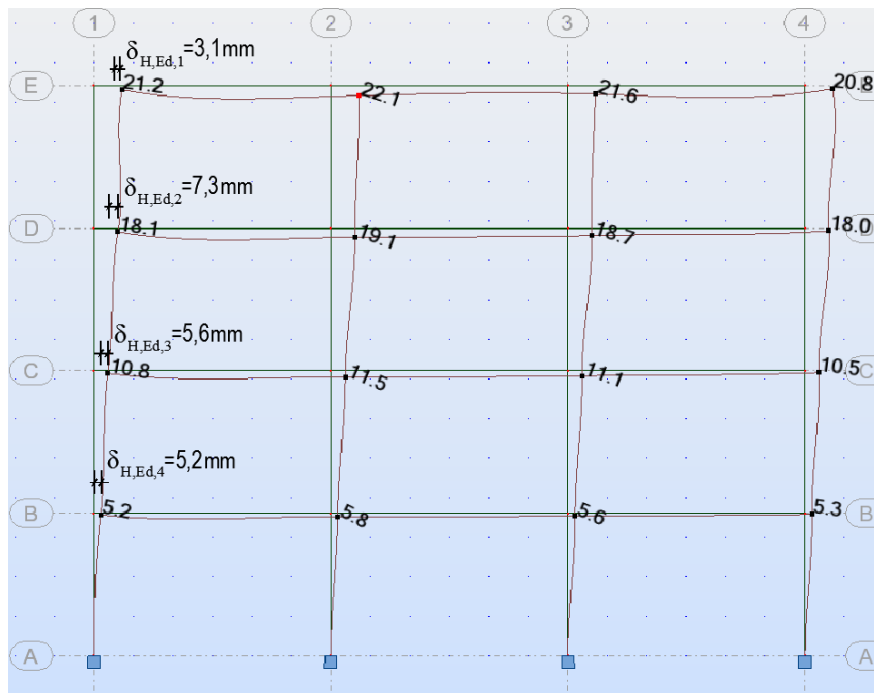
Rama jest niewrażliwa na efekty II rzędu, gdy spełniony jest warunek:

$$\alpha_{cr} \geq 10.$$

W odniesieniu do ram regularnych można stosować:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right) \geq 10.$$

Wartości względnych przesułów węzłów $\delta_{H,Ed}$ wyznaczono programem ROBOT od obciążeń obliczeniowych w przypadku kombinacji obciążeń z uwzględnieniem sił od imperfekcji globalnych.



Rys. 15. Przesunięcia węzłów ramy wynikające z działania obciążeń oraz imperfekcji globalnych, [mm]

Otrzymano:

$$\delta_{H,Ed,1} = 3,1 \text{ mm},$$

$$\delta_{H,Ed,2} = 7,3 \text{ mm},$$

$$\delta_{H,Ed,3} = 5,6 \text{ mm},$$

$$\delta_{H,Ed,4} = 5,2 \text{ mm}.$$

• Kondygnacja I (licząc od kondygnacji najwyższej):

$$H_{Ed,1} = \frac{W}{2} + H_{d,1} = 7,86 + 1,68 = 9,54 \text{ kN},$$

$$V_{Ed,1} = 34,27 \cdot (6 + 6 + 6) = 616,86 \text{ kN},$$

$$\alpha_{cr,1} = \left(\frac{H_{Ed,1}}{V_{Ed,1}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed,1}} \right) = \frac{9,54}{616,86} \cdot \frac{3600}{3,1} = 17,96 \geq 10.$$

• Kondygnacja II:

$$H_{Ed,2} = H_{Ed,1} + W + H_{d,2} = 9,54 + 15,71 + 2,6 = 27,85 kN ,$$

$$V_{Ed,2} = V_{Ed,1} + 61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6 = 1573,74 kN ,$$

$$\alpha_{cr,2} = \left(\frac{H_{Ed,2}}{V_{Ed,2}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed,2}} \right) = \frac{27,85}{1573,74} \cdot \frac{3600}{7,3} = 8,73 \leq 10 .$$

• Kondygnacja III:

$$H_{Ed,3} = H_{Ed,2} + W + H_{d,3} = 27,85 + 15,71 + 2,6 = 46,16 kN ,$$

$$V_{Ed,3} = V_{Ed,2} + 61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6 = 2530,62 kN ,$$

$$\alpha_{cr,3} = \left(\frac{H_{Ed,3}}{V_{Ed,3}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed,3}} \right) = \frac{46,16}{2530,62} \cdot \frac{3600}{5,6} = 11,73 \geq 10 .$$

• Kondygnacja IV:

$$H_{Ed,4} = H_{Ed,3} + W + H_{d,4} = 46,16 + 15,71 + 2,6 = 64,47 kN ,$$

$$V_{Ed,4} = V_{Ed,3} + 61,56 \cdot (6 + 6) + 36,36 \cdot 6 = 3487,5 kN ,$$

$$\alpha_{cr,4} = \left(\frac{H_{Ed,4}}{V_{Ed,4}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed,4}} \right) = \frac{64,47}{3487,5} \cdot \frac{3600}{5,2} = 12,80 \geq 10 .$$

W przypadku kondygnacji II: $\alpha_{cr} = 8,73 < 10$, **zatem konstrukcja jest wrażliwa na efekty II rzędu.**

* * *

Zgodnie z PN-EN 1993-1-1, efekty II rzędu można uwzględnić poprzez przeprowadzenie analizy I rzędu w przypadku zastosowania obciążeń zwiększonych współczynnikiem:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,i}}} , \text{ stąd obciążenia poziome oblicza się jak następuje:}$$

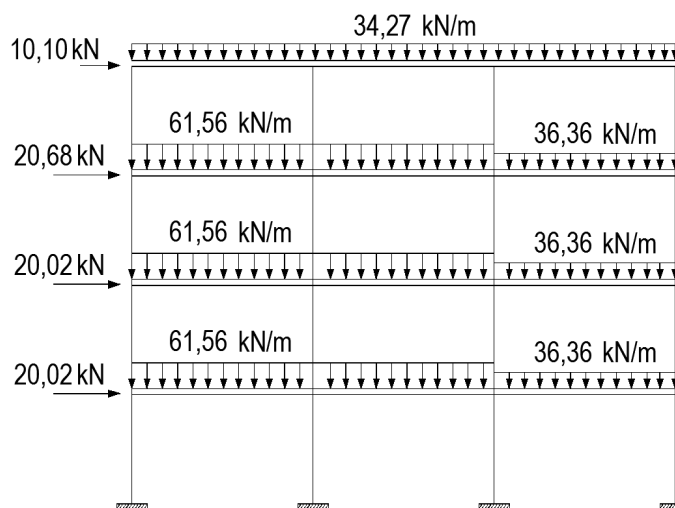
$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,1}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{17,96}} = 1,06 \rightarrow H_1^{II} = 1,04 \cdot (7,86 + 1,68) = 10,10 kN ,$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,2}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{8,73}} = 1,13 \rightarrow H_2^{II} = 1,13 \cdot (15,71 + 2,6) = 20,68 kN ,$$

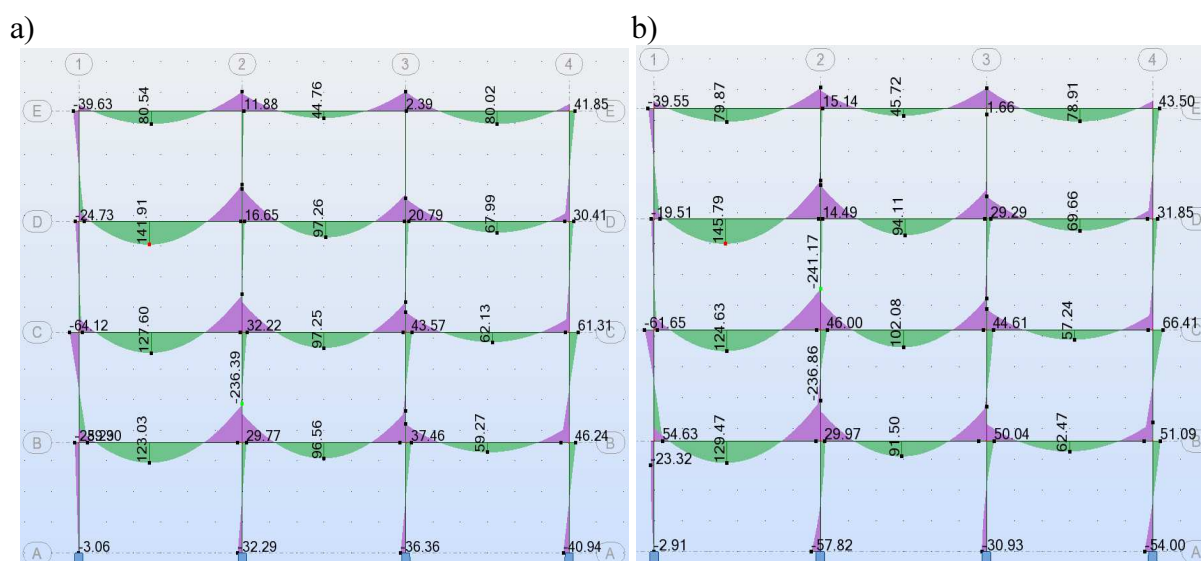
$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,3}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{11,73}} = 1,09 \rightarrow H_3^{II} = 1,09 \cdot (15,71 + 2,6) = 20,02 kN ,$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr,4}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{12,80}} = 1,09 \rightarrow H_4^{II} = 1,09 \cdot (15,71 + 2,6) = 20,02 kN .$$

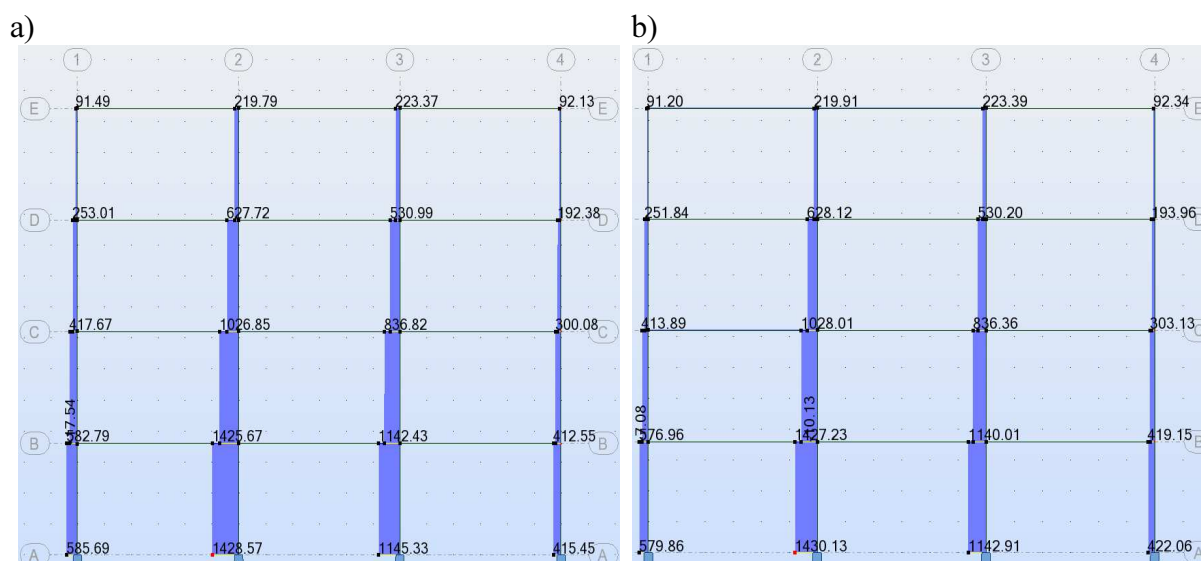
Ramę należy obliczać, uwzględniając obciążenia pokazane na rysunku poniżej:



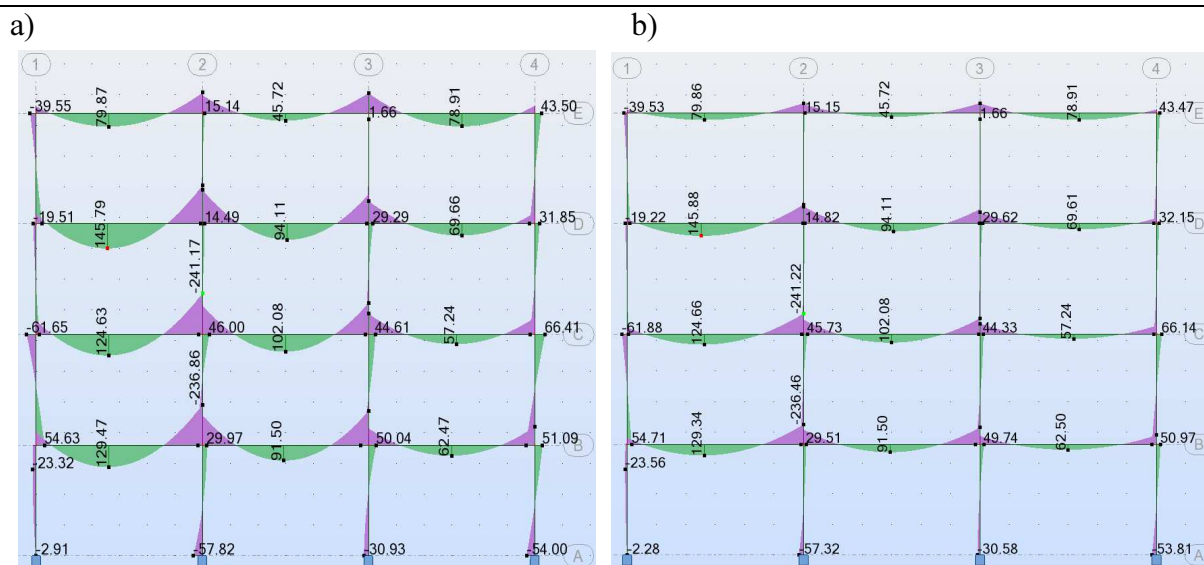
Rys. 16. Obciążenia ramy uwzględniające efekty II rzędu i imperfekcje globalne



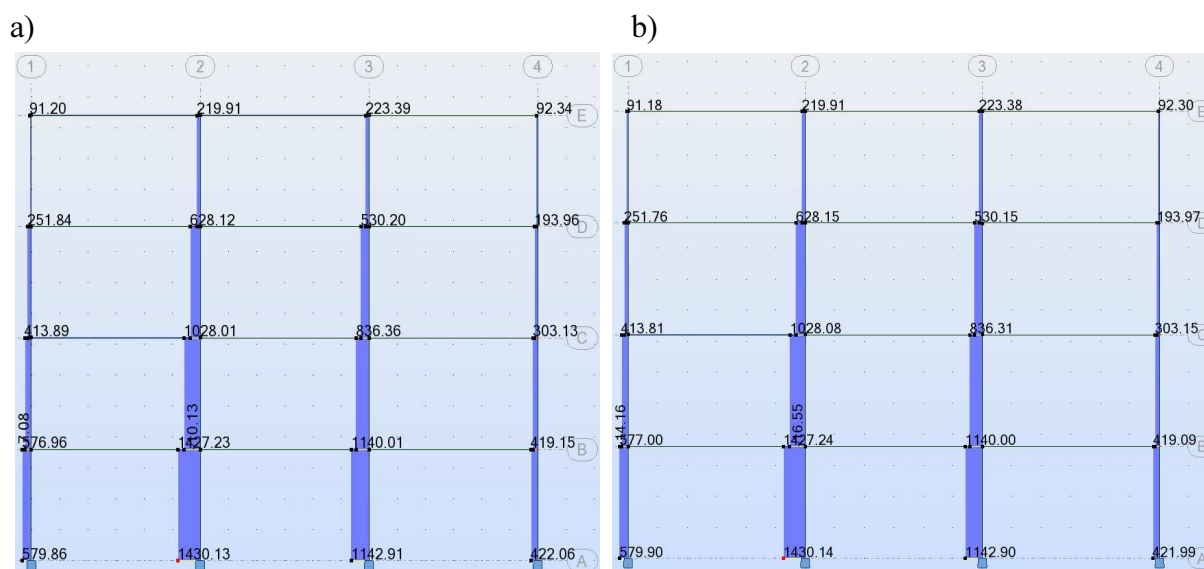
Rys. 17. Porównanie wykresów momentów zginających w przypadku: a) wyjściowej kombinacji obciążeń, b) uwzględnienia obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych, lokalnych oraz efektów II rzędu



Rys. 18. Porównanie wykresów sił podłużnych w przypadku: a) wyjściowej kombinacji obciążeń, b) uwzględnienia obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych, lokalnych oraz efektów II rzędu



Rys. 19. Porównanie wykresów momentów zginających w przypadku kombinacji obciążeń z uwzględnieniem obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych, lokalnych oraz efektów II rzędu, wyznaczonych w sposób: a) normowy, b) poprzez przeprowadzenie analizy nieliniowej w programie ROBOT



Rys. 20. Porównanie wykresów sił podłużnych w przypadku kombinacji obciążeń z uwzględnieniem obciążenia poziomego od imperfekcji globalnych, lokalnych oraz efektów II rzędu, wyznaczonych w sposób: a) normowy, b) poprzez przeprowadzenie analizy nieliniowej w programie ROBOT

